

1. FELADATSOR

1. Számológép nélkül számítsuk ki a következő kifejezés pontos értékét:

$$\sqrt{7 + 2\sqrt{6}} - \sqrt{7 - 2\sqrt{6}}.$$

2. Hozzuk egyszerűbb alakra a következő kifejezést, ha $a > 0$:

$$\frac{a^{-\frac{2}{3}} \cdot a^{\frac{3}{4}} \cdot \sqrt[5]{a^2}}{\sqrt{a^{-3}} \cdot \sqrt[4]{a} \cdot a^{\frac{5}{6}}}.$$

3. Hozzuk egyszerűbb alakra (a változók lehetséges értékeinél) az alábbi kifejezéseket:

a) $\left(\frac{x-1}{3x+(x-1)^2} - \frac{1-3x+x^2}{x^3-1} - \frac{1}{x-1}\right) \div \frac{x^2+1}{1-x};$

b) $a^3 \left(\frac{(\sqrt[4]{a} + \sqrt[4]{b})^2 + (\sqrt[4]{a} - \sqrt[4]{b})^2}{a + \sqrt{ab}}\right)^5 \cdot \sqrt[3]{a\sqrt{a}};$

c) $\left(\frac{\sqrt{x^3}-\sqrt{8}}{\sqrt{x}-\sqrt{2}} + \sqrt{2x}\right) \cdot \frac{\sqrt{x}-\sqrt{2}}{x-2}.$

4. Egy kétjegyű szám számjegyeinek összege 10. Ha a számjegyeket felcseréljük, akkor az eredeti számnál 36-tal nagyobb számot kapunk. Melyik ez a szám?

5. András kétszer olyan idős, mint amilyen Béla volt akkor, amikor András olyan idős volt, mint Béla most. Amikor Béla olyan idős lesz, mint most András, éveik számának összege 144 lesz. Mennyi idős most a két férfi?

6. A gyökök kiszámítása nélkül határozzuk meg az $x^2 + x - 6 = 0$ egyenlet gyökeinek négyzetösszegét!

7. Egy számtani sorozat 1. és 7. tagjának összege 4, a 2. és 7. tagjának négyzetösszege pedig 17. Melyik ez a sorozat?

8. Egy mértani sorozat első három tagjának összege 31, az 1. és a 3. tag összege 26. Melyik ez a sorozat?

9. Egy gyár udvarán 40 m hosszú kerítéssel kell bekeríteni egy téglalap alakú rakodási területet három oldalról (a negyedik oldalon épület áll). Mekkoraának válasszuk a téglalap méreteit, hogy a bekerített terület a lehető legnagyobb legyen?

10. Oldjuk meg a következő egyenleteket:

a) $2x^4 - 5x^3 + 4x^2 - 5x + 2 = 0;$

b) $|x + 3| - 2 = 3x;$

c) $|x + 1| - |2x - 1| = x;$

d) $||x - 1| - 2| - 3 = 0;$

e) $|x^2 + 3x - 4| + 3x + 9 = 0;$

f) $x - \sqrt{2x + 1} = 1;$

g) $\sqrt{3x - 1} - \sqrt{x} = 1;$

h) $\sqrt{x - 7} + \sqrt{3 - x} = 2;$

i) $\sqrt{x^2 + 6x + 9} + \sqrt{x^2 - 4x + 4} = 6.$

11. Oldjuk meg a következő egyenlőtlenségeket:

a) $\frac{x}{x-3} \leq 2;$

b) $-x^2 + 6x - 8 < 0;$

c) $(x - 2)^2 \leq 7 - 2x;$

d) $\frac{x-2}{x+2} \geq \frac{2x-3}{4x-1};$

e) $|x + 3| - 2 < 3x;$

f) $|x + 1| - |2x - 1| > x;$

g) $||x - 1| - 2| - 3 \geq 1.$