

EHA:

Név:

KOMBINATORIKA VIZSGA #3

0. VEGYES

- Ismertesse a binomiális tételt.
- Adja meg az $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ halmaz egy tetszőleges olyan permutációját, amely két ciklusra bomlik.
- Ha egy gráfnak 10 éle van, akkor mennyi a csúcsok fokszámainak összege?
- Definiálja egy gráf jó színezését és kromatikus számát.

1. MULTIHALMAZOK

- Definiálja egy H halmaz feletti multihalmaz fogalmát. (A definíciót illusztrálja egy példával is.)
- Mit értünk egy multihalmaz részmultihalmazán?
- Egy adott multihalmaznak hány részmultihalmaza van? Indokoljuk válaszunkat.

2. LINEÁRIS REKURZIÓ

Az $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ sorozatot az alábbi lineáris rekurzióval definiáltuk:

$$a_0 = 1, \quad a_1 = 6; \quad a_n = 5a_{n-1} - 6a_{n-2}, \quad \text{ha } n \geq 2.$$

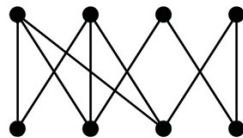
- A rekurzív definíció alapján számolja ki az a_2 és a_3 sorozatelemeket.
- Oldja meg a rekurziót, azaz adjon zárt formulát a_n értékére.

3. EULER-VONAL

- Mit nevezünk egy gráf Euler-vonalának? A definíciót szemléltesse példával.
- Mondja ki a zárt Euler-vonalakra vonatkozó Euler-tételt.
- Igazolja az előző tétel egyszerűbb irányát. (Tehát azt, hogy ha egy gráfban van zárt Euler-vonal, akkor a tételbeli feltételeknek teljesülniük kell.)

4. PÁROSÍTÁSOK

- Mit értünk egy gráf párosításán?
- Adjon meg egy *teljes* párosítást az ábrán látható páros gráfban.



- Bizonyítsa a König–Frobenius-tétel segítségével, hogy *reguláris* páros gráfokban létezik teljes párosítás (amennyiben a közös fokszám nem nulla).