

EHA: .....

Név: .....

## KOMBINATORIKA MINTAVIZSGA

### 0. BEUGRÓ

- Ismertesse a binomiális tételt.
- Adja meg az  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$  halmaz egy tetszőleges olyan permutációját, amely két ciklusra bomlik.
- Ha egy gráfnak 10 éle van, akkor mennyi a csúcsok fokszámainak összege?
- Definiálja egy gráf jó színezését és kromatikus számát.

### 1. MULTIHALMAZOK

- Definiálja egy  $H$  halmaz feletti multihalmaz fogalmát. (A definíciót illusztrálja egy példával is.)
- Mit értünk egy multihalmaz részmultihalmazán?
- Egy adott multihalmaznak hány részmultihalmaza van? Indokoljuk válaszunkat.

### 2. LOGIKAI SZITA

- Mondja ki a szitaformulát.
- Elcserélt levelek problémája: A szitaformula alkalmazásával igazolja, hogy az  $\{1, \dots, n\}$  halmaz fixpont nélküli permutációinak száma

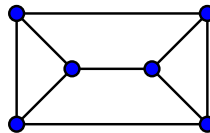
$$n! \left( 1 - \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} - \frac{1}{3!} + \dots + (-1)^n \frac{1}{n!} \right).$$

### 3. EULER-VONAL

- Mit nevezünk egy gráf Euler-vonalának? A definíciót szemléltesse példával.
- Mondja ki a zárt Euler-vonalakra vonatkozó Euler-tételt.
- Igazolja az előző tétel egyszerűbb irányát. (Tehát azt, hogy ha egy gráfban van zárt Euler-vonal, akkor a tételbeli feltételeknek teljesülniük kell.)

### 4. FÁK

- Mikor nevezünk egy gráfot fának?
- Adjon meg egy feszítőfát a következő gráfban:



- Mondja ki a fák struktúratételét (bizonyítás nélkül), és ebből vezesse le, hogy hány éle van egy  $n$  pontú fának.