11. feladatsor

MATEKOS KIRÁNDULÁS edition

1. Mutassuk meg, hogy két adott krumpli felszínére lehet egy-egy zárt görbét rajzolni úgy, hogy azok egybevágóak legyenek (mint $\mathbb{R}^3$-beli görbék).

2. Egy szigeten 20 piros, 18 kék és 16 zöld kaméleon él. Amikor két különböző színű kaméleon találkozik, mindketten a harmadik színre változtatják a színüket. Lehetséges-e, hogy bizonyos idő után az összes kaméleon ugyanolyan színű lesz?

3. Be van kötve a szemed, és a kezedbe adnak egy pakli franciakártyát azzal az információval, hogy pontosan 23 lap van felfordítva benne, és ezek véletlenszerűen helyezkednek el a csomagban. Az a feladatod, hogy két csoportra oszd a kártyákat úgy, hogy a két csoportban ugyanannyi felfordított lap legyen (közben te is megfordíthatsz lapokat). Hogyan csinálod?

4. Száz matematikus egy híres francia tudóstól származó kéziratra lelt, melyet azonnal páncélszekrénybe akartak zárni úgy, hogy legalább hetvenötükre szükség legyen a szekrényt nyitó valós szám megfejtéséhez (de közülük bármely 75 legyen elegendő). Sokáig tanakodtak, ám végül úgy döntöttek, elmennek Waldhauser Tamáshoz és a segítségét kérik. Mire Tamás azt mondta: „De hisz ez pofon egyszerű”. Mire gondolhatott?

5. Egy asztalnál beszélget 3 matematikus hölgy. Szeretnék kideríteni, hogy közülük ki a legidősebb és a legfiatalabb, de úgy, hogy ezen kívül semmi más információt ne szerezhessen egyikük sem. Hogyan tehetik ezt meg, ha annyit sugdolózhatnak, amennyit akarnak?

6. Egy szabályos pénzérmét fel fogunk dobni n-szer. Anita és Ambrus minden dobás előtt *egyidőben* megtippelik a dobás kimenetelét, és akkor nyernek meg egy ilyen tippelést, ha mindketten eltalálták a kimenetelt. A dobások megkezdése előtt egy orákulum meg fogja súgni Anitának a dobások kimenetelét (egy n hosszú fej-írás sorozat formájában), de Anita ezután már nem kommunikálhat Ambrussal. Ezen információk birtokában az orákulum érkezése előtt még megbeszélhetnek egy stratégiát arra, hogy a tippelések minél nagyobb arányát megnyerjék. Adjunk minél jobb stratégiát nekik. Feltehetjük, hogy „n elég nagy”.

Megjegyzés: Optimális stratégiával körülbelül 80,16%-os arány érhető el. Egy 70% körüli statégia felmutatása is szép eredmény.