Számolás komplex számok trigonometrikus alakjával

A trigonometrikus alak

A $z \neq 0$ komplex szám trigonometrikus alakja

$$z = r(\cos\phi + i\sin\phi),$$

ahol r a z abszolútértéke (azaz $r = |z|$), ϕ pedig a z argumentuma (azaz szöge).

Szorzás, osztás

Ha a z_1 és z_2 (nemnulla) komplex számok trigonometrikus alakja

$$z_1 = r(\cos\phi + i\sin\phi),$$
$$z_2 = s(\cos\psi + i\sin\psi),$$

akkor

$$z_1 z_2 = rs(\cos(\phi+\psi) + i\sin(\phi+\psi)),$$
$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{r}{s}(\cos(\phi-\psi) + i\sin(\phi-\psi)).$$

Szavakkal megfogalmazva (pongyolán):

- Szorzásnál az abszolútértékek összeszorzódnak, az argumentumok összeadódnak.
- Osztásnál az abszolútértékek hányadosát és az argumentumok különbségét kell venni.

Hatványozás, gyökvonás

Ha a z (nemnulla) komplex szám trigonometrikus alakja

$$z = r(\cos\phi + i\sin\phi),$$

akkor

$$z^n = r^n(\cos(n\phi) + i\sin(n\phi)),$$
$$\sqrt[n]{z} = \sqrt[n]{r}\left(\cos\left(\frac{\phi}{n} + k\frac{2\pi}{n}\right) + i\sin\left(\frac{\phi}{n} + k\frac{2\pi}{n}\right)\right),$$

ahol $k \in \{0, 1, \ldots, n-1\}$ tetszőleges lehet.

Szavakkal megfogalmazva (pongyolán):

- z^n abszolútértéke z abszolútértékének n-edik hatványa, z^n argumentuma pedig z argumentumának n-szerese.
- Minden $z \neq 0$ komplex számnak pontosan n darab n-edik gyöke van (mindegyiket ugyanúgy jelöljük). Ezek közül megkapunk egyet, ha z abszolútértékéből n-edik gyököt vonunk, az argumentumát pedig elosztjuk n-nel (ez a $k = 0$ választás). A többi n-edik gyököt előállíthatjuk úgy, hogy a komplex számsíkon a kapott gyököt (mint helyvektort) $\frac{2\pi}{n}$ szögű elforgatások egymásutánjával „körbeforgatjuk” az origó körül.

Konjugálás

A z komplex szám $\overline{z}$-vel jelölt konjugáltját úgy kapjuk meg a komplex számsíkon, hogy a z-nek megfelelő helyvektort tükrözzük a valós tengelyre.