

3. HALMAZOK

1. Legyen az alaphalmaz $U = \{a, b, c, d, e\}$ és tekintsük a következő halmazokat: $A = \{a, b, c, d\}$, $B = \{d, e\}$ és $C = \{a, b, e\}$. Határozzuk meg a következő halmazok elemeit:

$$A \cup B, \quad A \cap B, \quad \overline{B}, \quad A \setminus B, \quad A \triangle B, \quad (A \triangle \overline{C}) \setminus \overline{B}, \quad \mathcal{P}(B).$$

2. Legyen $A = \mathcal{P}(\{a, b\})$ és $B = \mathcal{P}(\{b, c\})$. Határozzuk meg a következő halmazok elemeit:

$$A \cup B, \quad A \cap B, \quad A \setminus B, \quad B \setminus A, \quad A \triangle B.$$

3. Határozzuk meg az 1-2. feladatokban szereplő halmazok számosságát.

4. Döntsük el, hogy az alábbi állítások közül melyik igaz és melyik hamis:

- a) $a \in \{1, a, b, 2\}$
- b) $a \subseteq \{1, a, b, 2\}$
- c) $\{a\} \in \{1, a, b, 2\}$
- d) $\{a\} \subseteq \{1, a, b, 2\}$
- e) $\{a, 2\} \in \{1, a, b, 2\}$
- f) $\{a, 2\} \subseteq \{1, a, b, 2\}$
- g) $\{a, 2, 3\} \in \{1, a, b, 2\}$
- h) $\{a, 2, 3\} \subseteq \{1, a, b, 2\}$.

5. Legyen $A = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}$. Döntsük el, hogy az alábbiak közül melyik igaz és melyik hamis:

- a) $\emptyset \in A$
- b) $\emptyset \subseteq A$
- c) $\{\emptyset\} \in A$
- d) $\{\emptyset\} \subseteq A$
- e) $\{\{\emptyset\}\} \in A$
- f) $\{\{\emptyset\}\} \subseteq A$
- g) $\{\emptyset, \{\emptyset\}\} \in A$
- h) $\{\emptyset, \{\emptyset\}\} \subseteq A$

6. Határozzuk meg a $\mathcal{P}(\mathcal{P}(\mathcal{P}(\emptyset)))$ halmaz elemeit.

7. Döntsük el, hogy az alábbiak közül melyik igaz és melyik nem igaz, tetszőleges olyan A, B halmazokra, amelyekre $A \cup B \subseteq B$.

- a) $A \subseteq B$
- b) $A = B$
- c) $B \setminus A = \emptyset$

8. Döntsük el, hogy teljesülnek-e tetszőleges A, B, C halmazok esetén a következő egyenlőségek.

- a) $(A \setminus B) \setminus B = A \setminus B$
- b) $A = (A \cup B) \setminus (B \setminus A)$
- c) $A \setminus (B \setminus C) = (A \setminus B) \setminus C$
- d) $A \cap (B \cup C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$
- e) $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$
- f) $(A \cap B) \setminus (B \setminus (A \cup C)) = A \cap B$
- g) $(A \triangle B) \triangle (A \cap B) = A \cup B$