

2. PREDIKÁTUMKALKULUS

1. Legyen az individuumtartomány az egész számok halmaza. Vezessük be a következő jelöléseket:

- egyváltozós predikátumok:
 - $M(x)$: „ x négyzetszám”,
 - $P(x)$: „ x páros szám”,
 - $N(x)$: „ x negatív szám”.
- kétváltozós predikátum:
 - $O(x, y)$: „ x osztója y -nak”.
- kétváltozós függvény(jel)ek:
 - $o(a, b) = a + b$, azaz a és b szokásos összege,
 - $s(a, b) = a \cdot b$, azaz a és b szokásos szorzata.

Fordítsuk köznapi nyelvre az alábbi formulákat, és döntsük el, hogy igazak-e.

- (a) $P(5)$
- (b) $M(4) \wedge \neg N(o(4, 7))$
- (c) $(\forall x)(O(2, s(4, x)))$
- (d) $(\exists x)(P(x) \wedge O(x, 6))$
- (e) $(\forall x)(O(4, x) \rightarrow P(x))$
- (f) $(\forall x)(\forall y)(P(o(x, y)) \leftrightarrow P(s(x, y)))$
- (g) $(\forall x)(M(x) \rightarrow (\exists y)(P(y) \wedge O(x, y)))$
- (h) $(\forall x)(\forall y)(\neg P(s(x, y)) \leftrightarrow (\neg P(x) \vee \neg P(y)))$
- (i) $(\exists x)\left(P(x) \wedge (\forall y)\left((P(y) \wedge N(y)) \rightarrow (\neg O(x, y))\right)\right)$.

2. Formalizáljuk predikátumkalkulusban az alábbi ítéleteket. Individuumtartomány az emberek halmaza, a predikátumok, függvényjelek és individuumkonstansok a következők:

- | | |
|--|---|
| $H(x)$: „ x hallgató”, | $V(x)$: „ x felkészült a vizsgára”, |
| $B(x, y)$: „ x az y barátja”, | $C(x, y)$: „ x csoporttársa y -nak”, |
| $T(x, y)$: „ x házatársa y -nak”, | $F(x)$: „ x férfi”, |
| $S(x)$: „ x szeret főzni”, | p : „Péter”, |
| $A(x)$: „ x anya”, | $a(x)$: „ x anyja”. |

- (a) Néhány hallgató nem készült fel a vizsgára.
- (b) Minden hallgató felkészült a vizsgára.
- (c) Néhány hallgatónak nincs barátja.
- (d) Bizonyos hallgatók csak a csoporttársaikkal házasodnak össze.
- (e) Vannak egyedülálló férfiak.
- (f) Minden anya nő, de van olyan nő, aki nem anya.
- (g) Péter összes barátja hallgató.
- (h) Néhány hallgató anyja nem szeret főzni.
- (i) Péter anyja szeret főzni.

3. Formalizáljuk predikátumkalkulusban a következő ítéleteket. Adjuk meg a formulák tagadását is úgy, hogy kvantort nem tagadunk, és fogalmazzuk meg a megfelelő ítéletet köznapi nyelven. (Individuumtartomány az emberek halmaza.)

- (a) Minden informatikus éhes.
- (b) Ha egy szakács éhes, főz magának.
- (c) Az éhes informatikusok kedvelik a szakácsokat.
- (d) Van olyan szakács, aki csak informatikusnak főz.
- (e) Minden informatikus kedveli a neki főző szakácsokat.
- (f) Mézga Géza szerencsétlen, de gyermekei szerencsések.
- (g) Ha Mézga Géza szakács, és senki sem éhes, akkor mindenki szerencsés.