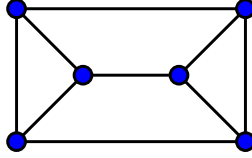


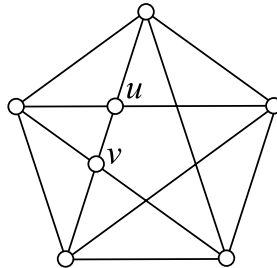
2. ZÁRTHELYI DOLGOZAT

1. a) Igaz-e, hogy az ábrán látható gráf háromszorosan összefüggő?
- b) Igaz-e, hogy a gráf háromszorosan élösszefüggő?
- c) Igaz-e, hogy a gráf négyszeresen élösszefüggő?



2. Határozzuk meg az alábbi gráf metszési számát!

Segítség: Az alsó becslésnél egy lehetséges elindulás az uv él összehúzása.



3. Igazoljuk, hogy ha egy d -reguláris gráfban nincs $(2k+1)$ -nél rövidebb kör, akkor a gráfnak legalább

$$1 + d \cdot \frac{(d-1)^k - 1}{d-2}$$

csúcsa van ($d \geq 3, k \geq 1$ esetén)!

4. Egy G gráf élhalmaza felbontható három olyan diszjunkt részre, melyek mindegyike páros gráfot alkot. Mutassuk meg, hogy $\chi(G) \leq 8$.

5. Igazoljuk, hogy nincs olyan konvex poliéder, amelynek minden lapja hatszög!

Segítség: Fejezzük ki egy ilyen (képzeltbeli) poliéder éleinek számát a csúcsok számával, és ebből jussunk arra az ellentmondásra, hogy van legfeljebb másodfokú csúcs.

6. A $\mathbf{v}_1, \dots, \mathbf{v}_n \in \mathbb{R}^3$ vektorok mindegyikének hossza legalább 1. Mutassuk meg, hogy azon $\mathbf{v}_i \mathbf{v}_j$ párok száma, amelyekre $\|\mathbf{v}_i + \mathbf{v}_j\| < 1$, legfeljebb $\lfloor n^2/4 \rfloor$.

Minden feladat teljes megoldása 5 pontot ér.

Jó munkát!