

**Differenciál- és integrálszámítás**  
**Tételjegyzék "alapszint"**  
**Mat. alapszak**  
**2012–2013. II. félév**

1. Pontbeli differenciálhatóság; kapcsolat a folytonossággal. Példák
2. Szorzatfüggvény deriválására vonatkozó tétel
3. Trigonometrikus függvények deriváltja
4. Összetett függvény deriváltja
5. Inverzfüggvény deriváltja; példák:  $\sqrt[n]{x}$ ;  $\arcsin x$ ,  $\arccos x$  deriváltjai
6. Az  $e^x$  és  $\log x$  függvények deriváltjai
7. Rolle-féle középérték-tétel
8. Lagrange és Cauchy középértéktételei (biz. nélkül)
9. L'Hopital-szabály (végesben véges határérték esete)
10. A Taylor-formulára vonatkozó tétel (biz. nélkül)
11.  $\sin x$ ,  $\cos x$ ,  $e^x$ ,  $\ln(1+x)$  függvények Taylor-polinomjai
12. Taylor sor definíciója. Milyen feltételekkel állítja elő a függvényt?
13.  $\sin x$ ,  $\cos x$ ,  $e^x$  Taylor-sorai; konvergencia
14. Példák olyan függvénytípusokra, ahol  $f_n \rightarrow f$ ,  $f_n$  differenciálható, de  $f$  nem; illetve  $f_n \rightarrow f$ ,  $f_n$  és  $f$  differenciálhatók, de  $f'_n \not\rightarrow f'$ .
15. Hatványsor tagonkénti differenciálására vonatkozó tétel példákkal (biz. nélkül);  
 $\sum nx^n$  összegfüggvénye;  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n}{2^n}$  összegének meghatározása
16. A monotonitás szükséges és elegendő feltétele  $f'$  segítségével
17. Helyi szélsőérték feltételei  $f'$  segítségével
18. Helyi szélsőérték feltétele  $f''$  segítségével
19. A derivált-függvény B-D tulajdonsága
20. Konvexség (konkávság) szükséges és elegendő feltétele  $f''$  segítségével (az elegendő rész biz. nélkül)
21. Egy függvény primitív függvényei csak konstansban különböznek. Az integrálszámítás alaptétele
22. Helyettesítéssel való integrálás formulája primitív függvényre
23. Parciális integrálás formulája primitív függvényre
24. Rekurzív formulák. A  $\sin^n x$ ,  $\cos^n x$ ,  $\frac{1}{(1+x^2)^n}$  függvények primitív függvényei (az egyik részletesen)
25. Racionalizáló helyettesítések. Az  $R(\operatorname{tg} x)$ ,  $R(\sin x, \cos x)$  alakú függvények primitív függvénye (a helyettesítések részletesen)
26. Az alsó és felső összegek (viselkedésük a beosztás sűrítésekor; összehasonlításuk)
27. Az alsó és felső integrálok definíciója, összehasonlításuk (bizonyítást ld. a Leindler-jegyzetben). A Riemann-féle integrál definíciója
28.  $\int_0^1 x dx$  kiszámítása definíció szerint
29. Az oszcillációs kritérium
30. Integrálható függvények konstansszorosának és összegének integrálhatósága

31. Integrálható függvények szorzatának és hányadosának integrálhatósága (biz. nélkül)
32. Integrálható függvények abszolútértékének integrálhatósága és az integrál becslése
33. A monoton függvények integrálhatók
34. A folytonos függvények integrálhatók
35. A Dirichlet-függvény nem  $R$ -integrálható
36. Az

$$f(x) := \begin{cases} 1/q, & \text{ha } x = p/q, \text{ ahol } p, q \in \mathbb{Z}, (p, q) = 1, q > 0, \\ 0, & \text{különben} \end{cases}$$

függvény integrálhatósága (bizonyítást ld. Analízis I. példatárban)

37. Darboux tétele (biz. nélkül)
38. A Riemann-féle közelítő összegek. Riemann-kritérium mindkét alakja (az elegendőség biz. nélkül)
39. A Newton-Leibniz formula
40. Az integrálfüggvény folytonossága
41. Az integrálfüggvény differenciálhatósága
42. A parciális és a helyettesítéses integrálás formulái Riemann integrálra (biz. nélkül)
43. Példák olyan függvénysorozatokra, ahol  $f_n \rightarrow f$ ,  $f_n$  integrálható, de  $f$  nem; illetve  $f_n \rightarrow f$ ,  $f_n$  és  $f$  integrálhatók, de  $\int_a^b f_n \not\rightarrow \int_a^b f$
44. Függvénysorozat határfüggvényének  $R$ -integrálhatósága és az egyenletes konvergencia (bizonyítás csak abban az esetben, ha  $f_n \in C_{[a,b]}$ )
45. Hatványsor tagonkénti integrálhatósága; példa:  $\arctg x$  hatványsora
46. Az improprius integrál definíciójának alapesetei. Példák:  $\frac{1}{x^\alpha}$  a  $(0, 1)$  ill.  $(1; \infty)$  intervallumokon
47. A (pozitív tagú sorokra vonatkozó) integrálkritérium
48. Görbeív alatti terület, zárt görbe által határolt terület (biz. nélkül)
49. Forgástest térfogata
50. Rektifikálható görbe ívhossza, az ívhossz kiszámítása
51. Elsőrendű lineáris differenciálegyenletek
52. Bernoulli-féle differenciálegyenletek;  $y' = f(y/x)$  alakú differenciálegyenletek
53. Lineáris függőség és a Wronski determináns
54. Homogén lineáris másodrendű differenciálegyenletek megoldáshalmazának szerkezete
55. Konstans együtthatós másodrendű lineáris differenciálegyenlet megoldásainak bázisa
56. Inhomogén lineáris másodrendű differenciálegyenletek (biz. nélkül)

2013. április 08.

Németh József