

Differenciál- és integrálszámítás
Tételjegyzék "emeltszint"
Mat. alapszak
2012–2013. II. félév

1. Pontbeli differenciálhatóság; kapcsolat a folytonossággal. Példák
2. Szorzatfüggvény deriválására vonatkozó tétel
3. **Hányadosfüggvény differenciálására vonatkozó tétel**
4. Trigonometrikus függvények deriváltja
5. Összetett függvény deriváltja
6. Inverzfüggvény deriváltja; példák: $\sqrt[n]{x}$; $\arcsin x$, $\arccos x$ deriváltjai
7. Az e^x és $\log x$ függvények deriváltjai
8. Rolle-féle középérték-tétel
9. **Lagrange és Cauchy középértéktételei**
10. **L'Hopital-szabály**
11. A Taylor-formulára vonatkozó tétel
12. $\sin x$, $\cos x$, e^x , $\ln(1+x)$ függvények Taylor-polinomjai
13. Taylor sor definíciója. Milyen feltételekkel állítja elő a függvényt?
14. $\sin x$, $\cos x$, e^x Taylor-sorai; konvergencia
15. **A $\sqrt{1+x}$ függvény Taylor-sorának konvergenciája az $x = 1$ helyen**
16. **Abel tétele; $\sqrt{2}$ előállítás végtelen sorral**
17. Példák olyan függvénytípusokra, ahol $f_n \rightarrow f$, f_n differenciálható, de f nem; illetve $f_n \rightarrow f$, f_n és f differenciálhatók, de $f'_n \not\rightarrow f'$.
18. **Hatványsor tagonkénti differenciálására vonatkozó tétel.** Példák; $\sum nx^n$ összegfüggvénye; $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n}{2^n}$ összegének meghatározása
19. A monotonitás szükséges és elegendő feltétele f' segítségével
20. Helyi szélsőérték feltételei f' segítségével
21. Helyi szélsőérték feltétele f'' segítségével
22. A derivált-függvény B-D tulajdonsága
23. **Konvexség (konkávság) szükséges és elegendő feltétele f'' segítségével**
24. Egy függvény primitív függvényei csak konstansban különböznek. Az integrálszámítás alaptétele
25. Helyettesítéssel való integrálás formulája primitív függvényre
26. Parciális integrálás formulája primitív függvényre
27. Rekurzív formulák. A $\sin^n x$, $\cos^n x$, $\frac{1}{(1+x^2)^n}$ függvények primitív függvényei (az egyik részletesen)
28. Racionalizáló helyettesítések. Az $R(\operatorname{tg} x)$, $R(\sin x, \cos x)$ alakú függvények primitív függvénye (a helyettesítések részletesen)
29. Az alsó és felső összegek (viselkedésük a beosztás sűrítésekor; összehasonlításuk)
30. Az alsó és felső integrálok definíciója, összehasonlításuk (bizonyítást ld. a Leindler-jegyzetben). A Riemann-féle integrál definíciója
31. $\int_0^1 x dx$ kiszámítása definíció szerint

32. Az oszcillációs kritérium
33. Integrálható függvények konstansszorosának és összegének integrálhatósága
34. **Integrálható függvények szorzatának és hányadosának integrálhatósága**
35. Integrálható függvények abszolútértékének integrálhatósága és az integrál becslése
36. A monoton függvények integrálhatók
37. A folytonos függvények integrálhatók
38. A Dirichlet-függvény nem R -integrálható
39. Az

$$f(x) := \begin{cases} 1/q, & \text{ha } x = p/q, \text{ ahol } p, q \in \mathbb{Z}, (p, q) = 1, q > 0, \\ 0, & \text{különben} \end{cases}$$

függvény integrálhatósága (bizonyítást ld. Analízis I. példatárban)

40. **Darboux tétele**
41. **A Riemann-féle közelítő összegek. Riemann-kritérium mindkét alakja**
42. A Newton-Leibniz formula
43. Az integrálfüggvény folytonossága
44. Az integrálfüggvény differenciálhatósága
45. A parciális és a helyettesítéses integrálás formulái Riemann integrálra (biz. nélkül)
46. Példák olyan függvénysorozatokra, ahol $f_n \rightarrow f$, f_n integrálható, de f nem; illetve $f_n \rightarrow f$, f_n és f integrálhatók, de $\int_a^b f_n \not\rightarrow \int_a^b f$
47. **Függvénysorozat határfüggvényének R -integrálhatósága és az egyenletes konvergencia**
48. Hatványsor tagonkénti integrálhatósága; példa: $\arctg x$ hatványsora
49. Az improprius integrál definíciójának alapesetei. Példák: $\frac{1}{x^\alpha}$ a $(0, 1)$ ill. $(1; \infty)$ intervallumokon
50. A (pozitív tagú sorokra vonatkozó) integrálkritérium
51. Görbeív alatti terület, zárt görbe által határolt terület (biz. nélkül)
52. Forgástest térfogata
53. Rektifikálható görbe ívhossza, az ívhossz kiszámítása
54. Elsőrendű lineáris differenciálegyenletek
55. Bernoulli-féle differenciálegyenletek; $y' = f(y/x)$ alakú differenciálegyenletek
56. Lineáris függőség és a Wronski determináns
57. Homogén lineáris másodrendű differenciálegyenletek megoldáshalmazának szerkezete
58. Konstans együtthatós másodrendű lineáris differenciálegyenlet megoldásainak bázisa
59. **Inhomogén lineáris másodrendű differenciálegyenletek**

2013. április 08.

Németh József