

VIZSGADOLGOZAT
mat. alapszak, 2007. 06. 26 .

A. Feladatok

1. Határozza meg a $\frac{4}{x^3-8}$ függvény egy primitív függvényét! (10 pont)
2. Számolja ki (8 + 8 pont):

a) $\int_0^{\infty} e^{-x} \cos 2x \, dx$ b) $\lim_{x \rightarrow 1^-} (\log x) \cdot \log(1-x)$

3. Az $y^2 = x^3(1-x)$ egyenletű görbét megforgatjuk az x tengely körül. Számolja ki az így kapott forgástest térfogatát! (8 pont)
4. Végezze el az $|x-1|\sqrt{x}$ függvény teljes diszkusszióját! (11 pont)

B. Definíciók, tételek (6 × 4 pont)

1. Mit ért az alatt, hogy az f függvény az a helyen baloldaltól differenciálható?
2. Mondja ki az integrálfüggvény differenciálhatóságáról szóló tételt!
3. Mondja ki a differenciálható függvény helyi minimumának létezése és a deriváltja közötti kapcsolatot leíró tétel(eke)t!
4. Mondja ki az oszcillációs kritériumot!
5. Mondja ki a helyettesítéses integrálás formulát (a Riemann-integrálra vonatkozó alakot)!
6. Definiálja adott f függvény alsó integrálközelítő összegeit!

C. További kérdések (3 × 7 pont)

1. Az f függvény folytonos a $[-1, 1]$ -en. Igazolja, hogy

$$\int_0^{\pi} x f(\sin x) \, dx = \frac{\pi}{2} \int_0^{\pi} f(\sin x) \, dx.$$

2. Legyen $h > -1$. A p paraméter mely értékeire lesz $(1+h)^p \leq 1+hp$?
3. Adja meg az $x \cdot |x+1|$ függvény egy primitív függvényét az egész \mathbb{R} -en!

Ügyeljen a megfelelő *indoklásokra* az A és C részekben, a *pontos* fogalmazásra, feltételekre a B részben! A rendelkezésre álló idő 90 perc. A dolgozat írása közben elektromos eszközök, könyvek, jegyzetek nem használhatók, csak egy kézzel írott egy lapos képletgyűjtemény.

Jó munkát!