

VIZSGADOLGOZAT
mat. alapszak, 2007. 06. 12.

A. Feladatok

1. Határozza meg az alábbi függvény egy primitív függvényét: (7 + 8 pont)

a) $\frac{x^3 + x + 1}{x^3 + x}$ b) $\frac{\cos 2x}{4 + \cos^2 2x}$

2. Számolja ki (8 pont):

$$\int_1^e \frac{\sqrt{\ln x}}{x(1 + \sqrt{\ln x})^3} dx$$

3. Végezze el az $\frac{(x+1)^3}{(x-1)^2}$ függvény teljes diszkusszióját! (12 pont)

4. Vizsgálja az $e^{(1/x)-x}$ függvény szélsőértékeit, adja meg az értékkészletét! (10 pont)

B. Definíciók, tételek (6 × 4 pont)

1. Mit ért az alatt, hogy az f függvény konkáv az $\langle a, b \rangle$ intervallumon?
2. Mit ért az alatt, hogy az f és g függvények lineárisan függetlenek (a, b) intervallumon?
3. Mondja ki a differenciálható függvény monoton csökkenése és a deriváltja közötti kapcsolatot leíró tétel(eke)t!
4. Mondja ki az inverzfüggvény differenciálhatóságáról szóló tételt!
5. Mondja ki az integrál linearitásáról szóló tételt!
6. Mondja ki a Newton–Leibniz-féle formulát!

C. További kérdések (3 × 7 pont)

1. Adjon becslést a

$$\sqrt{4+x} \approx 2 + \frac{x}{4}, \quad -1 \leq x \leq 1$$

közelítő formula hibájára!

2. Adja meg az $f(x) := \sin x \cos 2x$ függvény 0 körüli Taylor-sorát! Hol konvergens a sor?
3. A p paraméter mely értékeire létezik az

$$\int_0^1 x^p \sin^2 x dx$$

integrál?

Ügyeljen a megfelelő *indoklásokra* az A és C részekben, a *pontos* fogalmazásra, feltételekre a B részben! A rendelkezésre álló idő 90 perc. A dolgozat írása közben elektromos eszközök, könyvek, jegyzetek nem használhatók, csak egy kézzel írott egy lapos képletgyűjtemény.

Jó munkát!