

VIZSGADOLGOZAT
mat. alapszak, 2007. 06. 05..

A. Feladatok

1. Határozza meg az alábbi függvény egy primitív függvényét: (7 pont)

$$\frac{1}{(x+1)^2(x+2)^2}$$

2. Számolja ki (8 + 9 pont):

a) $\int_0^{2\pi} \sqrt{1 + \cos x} dx$ b) $\int_1^e \frac{\sqrt{\ln x}}{x(1 + \sqrt{\ln x})^3} dx$

3. Végezze el az $\frac{x^3}{3-x^2}$ függvény teljes diszkusszióját! (13 pont)

4. Vizsgálja a $\sqrt{x} + \sqrt{1-x}$ függvény szélsőértékeit, adja meg az értékkészletét! (8 pont)

B. Definíciók, tételek (6 × 4 pont)

1. Mondja ki a Taylor-formuláról szóló tételt!
2. Mondja ki az inverzfüggvény differenciálhatóságáról szóló tételt!
3. Mit ért az alatt, hogy az f függvény jobboldalról differenciálható az a helyen?
4. Mit ért az alatt, hogy egy (egyszerű) görbeív rektifikálható?
5. Definiálja adott függvény integrálfüggvényét!
6. Mondja ki a függvénytörzs integrálhatóságáról szóló tételt!

C. További kérdések (3 × 7 pont)

1. Fogalmazza meg (pozitív állító alakban az oszcillációs kritérium *tagadását* (az az $[a, b]$ intervallumon korlátos f függvény ...))
2. Adja meg az $f(x) := \sin x \cos 2x$ függvény 0 körüli Taylor-sorát! Hol konvergens a sor?
3. A p paraméter mely értékeire létezik az

$$\int_0^1 x^p dx$$

integrál?

Ügyeljen a megfelelő *indoklásokra* az A és C részekben, a *pontos* fogalmazásra, feltételekre a B részben! A rendelkezésre álló idő 90 perc. A dolgozat írása közben elektromos eszközök, könyvek, jegyzetek nem használhatók, csak egy kézzel írott egy lapos képletgyűjtemény.

Jó munkát!