

**VIZSGADOLGOZAT**  
mat.tanár szak II. évf., 2006. 06. 07.

**A. Feladatok**

1. Adja meg az  $e^{x^2-y}(5-2x+y)$  függvény szélsőértékeit! (8 pont)
2. Tekintsük az  $\int_0^{2a} (\int_{\sqrt{2ax-x^2}}^{\sqrt{2ax}} f(x,y) dy) dx$  integrált! Ábrázolja az integrációs tartományt és cserélje föl az integráció sorrendjét! (9 pont)
3. Számolja ki az  $\int_G \frac{x dx+y dy}{\sqrt{1+x^2+y^2}}$  integrált, ahol  $G$  az  $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{16} = 1$  ellipszis  $(3,0)$ -ból  $(0,4)$ -be vezető (rövidebb) íve! (8 pont)
4. Legyen  $f(x,y) := \sqrt{|xy|}$ . Adja meg a parciális deriváltakat, vizsgálja a totális differenciálhatóságot! (12 pont)
5. Integráló tényező segítségével tegye egzakttá és oldja meg az  $x^2 + y^2 + 2x + 2yy' = 0$  differenciálegyenletet! (8 pont)

**B. Definíciók, tételek** (6 × 4 pont)

1. Mit ért az alatt, hogy az  $f$   $k$ -változós függvénynek az  $A \in \mathbb{R}^k$  pontban lokális minimuma van?
2. Mit ért az alatt, hogy az  $f$   $k$ -változós függvény totálisan differenciálható az  $A \in \mathbb{R}^k$  pontban?
3. Definiálja a normált tér fogalmát!
4. Definiálja a  $H \in \mathbb{R}^2$  halmaz  $n$ -edik külső sokszögét!
5. Mondja ki a vonalmenti integrál útfüggetlenségének feltételét (a potenciálfüggvényes alakban)!
6. Modja ki a kettős integrál szukcesszív kiszámításáról szóló tételt!

**C. További kérdések** (3 × 7 pont)

1. Legyen az  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  függvény folytonos. Számolja ki az alábbi határértéket:

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h^2} \int_{-h}^h \left( \int_{-h}^h f(x,y) dy \right) dx$$

2. Tekintsük az  $x^3 + y^3 = 3xy$  egyenletű görbe első negyedbeli  $(x,y > 0)$  ívét. Hol van a legmagasabban fekvő pontja?
  3. Igaz-e, hogy egy halmaz torlódási pontjainak halmaza mindig zárt?
- Ügyeljen a megfelelő *indoklásokra* az A és C részekben, a *pontos* fogalmazásra, feltételekre a B részben! A rendelkezésre álló idő 90 perc. A dolgozat írása közben elektromos eszközök, könyvek, jegyzetek nem használhatók, csak egy kézzel írott egy lapos képletgyűjtemény.

Jó munkát!