

VIZSGADOLGOZAT
mat.tanár szak II. évf., 2006. 01. 17.

A. Feladatok

1. Határozza meg a $2y = x^2$ és az $y^2 = 2x$ egyenletű görbék által határolt korlátos zárt síkrész területét! (6 pont)
2. Számolja ki az alábbi integrált: (8 pont)

$$\int_1^{\infty} \frac{dx}{x \cdot \sqrt[3]{x^2 + 1}}$$

3. Oldja meg az $y' = x^2 y^4 - \frac{y}{x}$ differenciálegyenletet! (8 pont)
4. Konvergensek-e, abszolút konvergensek-e az alábbi sorok: (8 + 8 pont)

a) $\sum_{n=2}^{\infty} (-1)^n \frac{\sqrt{n+2} - \sqrt{n-2}}{n}$ b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin \frac{n\pi}{2}}{\log n}$

5. Hol konvergens az alábbi függvénysorozat? Mi a limese? (7 pont)

$$\frac{nx}{1 + n + x}$$

B. Definíciók, tételek

(6 × 4 pont)

1. Mondja ki a Leibnitz-féle kritériumot!
2. Mi a kapcsolat két függvény lineáris függősége és Wronsky-determinánsuk között?
3. Definiálja az egyszerű görbeív fogalmát!
4. Mondja ki a függvénysorozat integrálhatóságáról szóló tételt!
5. Definiálja egy adott függvény Fourier-sorát!
6. Mondja ki a Cauchy–Hadamard tételt!

C. További kérdések

(3 × 7 pont)

1. Vázlatosan ábrázolja az $x^3 + y^3 = x^2 + y^2$ egyenletű görbét. Korlátos-e?
2. Fogalmazza meg (pozitív állító formában), mit jelent az, hogy az $f_n \rightarrow f$ konvergencia nem egyenletes a H halmazon!
3. Legyen f az $[a, b]$ intervallumon folytonosan differenciálható. Egyenletesen konvergense-e az $n(f(x + \frac{1}{n}) - f(x))$ függvénysorozat?

Ügyeljen a megfelelő *indoklásokra* az A és C részekben, a *pontos* fogalmazásra, feltételekre a B részben! A rendelkezésre álló idő 90 perc. A dolgozat írása közben elektromos eszközök, könyvek, jegyzetek nem használhatók, csak egy kézzel írott egy lapos képletgyűjtemény.

Jó munkát!