

**VIZSGADOLGOZAT**  
mat.tanár szak II. évf., 2005. 12. 28.

**A. Feladatok**

1. Határozza meg az  $y^2 = 4x$  és az  $x^2 = 4y$  görbék által határolt korlátos zárt síkrész területét! (7 pont)
2. Számolja ki az alábbi integrált: (9 pont)

$$\int_{\sqrt{2}}^{\infty} \frac{dx}{x^2 \sqrt{x^2 - 1}}$$

3. Oldja meg az  $xy' - \frac{y}{x+1} - x = 0$  differenciálegyenletet! (9 pont)
4. Konvergens-e, abszolút konvergens-e az alábbi sor? (8 pont)

$$\sum_{n=4}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n \sqrt{\log n}}$$

5. Hol konvergensek az alábbi függvénysorok? Mi az összegük? (6 + 6 pont)

a)  $\sum_{n=1}^{\infty} (\log x)^n$       b)  $\sum_{n=0}^{\infty} (nx)^n$

**B. Definíciók, tételek** (6 × 4 pont)

1. Mondja ki a hányadoskritériumot! (Mindkét alakban, tehát a  $\overline{\lim}$ -os, és a limest nem tartalmazó alakot is)!
2. Mit ért azalatt, hogy két függvény lineárisan független  $[a, b]$ -n?
3. Mondja ki a függvénysorozat határfüggvényének integrálhatóságáról szóló tételt!
4. Mit ért azalatt, hogy egy görbeív rektifikálható?
5. Mit ért azalatt, hogy egy függvénysorozat egyenletesen konvergens a  $H$  halmazon?
6. Mondja ki a Mertens tételt!

**C. További kérdések** (3 × 7 pont)

1. Mutassa meg, hogy a  $\sum \sin(n! \pi x)$  függvénysor minden racionális pontban konvergens!
2. Mutasson példát olyan konvergens sorra, amelynek konvergenciája a hányadoskritériummal nem dönthető el, de a gyökkritériummal igen!
3. Vázlatosan ábrázolja az  $r = \sin^2 \frac{\varphi}{3}$  poláregyenletű görbét!

Ügyeljen a megfelelő *indoklásokra* az A és C részekben, a *pontos* fogalmazásra, feltételekre a B részben! A rendelkezésre álló idő 90 perc. A dolgozat írása közben elektromos eszközök, könyvek, jegyzetek nem használhatók, csak egy kézzel írott egy lapos képletgyűjtemény.

Jó munkát!