

VIZSGADOLGOZAT
mat.tanár szak, 2005. 06. 22.

A. Feladatok

1. Határozza meg az alábbi függvények egy primitív függvényét: (7 + 10 + 8 pont)

a) $\frac{x^9}{x^2 + 9}$ b) $\frac{1}{\sqrt{-8 - 4x^2 - 12x}}$ c) $\frac{\arctg x}{x^2}$

2. Vizsgálja a

$$\sqrt[3]{2-x} - \sqrt[3]{2+x}$$

függvény monotonitását, szélsőértékeit, értékkészletét! (8 pont)

3. Végezze el az

$$\frac{x+2}{\sqrt{x^2+2}}$$

függvény teljes diszkusszióját! (12 pont)

B. Definíciók, tételek

(6 × 4 pont)

1. Definiálja a Lagrange-féle interpolációs polinomot!
2. Mondja ki a L'Hospital szabályt (az $x \rightarrow a + 0$, $g(x) \rightarrow \infty$ alakban)!
3. Mondja ki a differenciálható függvény szigorú minimuma létezésének szükséges, illetve elegendő feltételét (az első derivált segítségével)!
4. Definiálja egy függvény alsó, felső és Riemann-féle integrálközelítő összegeit!
5. Mondja ki a Darboux tételt!
6. Mondja ki a helyettesítéses integrál formuláját (a Riemann-integrálról szóló alakban)!

C. További kérdések

(3 × 7 pont)

1. Van-e olyan f függvény, amely differenciálható a $(-1, 1)$ -en, $f(x) \rightarrow \infty$, ha $x \rightarrow 1 - 0$, és f' korlátos?
2. Tudjuk, hogy az f függvény folytonos az a helyen, és legyen $g(x) := |x - a| \cdot f(x)$. Lehet-e g differenciálható a -ban? Lehet-e g -nek szélsőértéke a -ban?
3. Az f függvény monoton (a, b) -n és korlátos $[a, b]$ -n. Igaz-e, hogy f az $[a, b]$ -n Riemann-integrálható?

Ügyeljen a megfelelő *indoklásokra* az A és C részekben, a *pontos* fogalmazásra, feltételekre a B részben! A rendelkezésre álló idő 90 perc. A dolgozat írása közben elektromos eszközök, könyvek, jegyzetek nem használhatók, csak egy kézzel írott egy lapos képletgyűjtemény.

Jó munkát!