

**VIZSGADOLGOZAT**  
differenciál- és integrálsz. I, 2005. 06. 20.

**A. Feladatok**

1. Határozza meg az alábbi függvények egy primitív függvényét: (8 + 8 + 6 pont)

a)  $\frac{1}{\sin x + \cos x - 1}$     b)  $\arctg(1 + \sqrt{x})$     c)  $\frac{\sqrt{1 + \cos x}}{\sin x}$

2. Legyen

$$f(x) := \arctg \frac{1-x}{1+x}.$$

Adja meg  $f'$ -t, vizsgálja a függvény monotonitását, adja meg az értékkészletét és az esetleges szélsőértékeket, vázlatosan ábrázolja a függvényt! (10 pont)

3. Végezze el az

$$f(x) := 2x + 3\sqrt[3]{x^2}$$

függvény teljes diszkusszióját! (13 pont)

**B. Definíciók, tételek**

(6 × 4 pont)

1. Mondja ki a középértéktétel Cauchy-féle alakját!
2. Mit ért az alatt, hogy az  $f$  függvénynek az  $a$  helyen lokális minimuma van?
3. Mondja ki a differenciálható függvény szigorú monotonitása és a deriváltja közti kapcsolatot leíró tétel(eke)t (szükséges, ill. elegendő feltételek) !
4. Mondja ki a Newton–Leibniz formulát!
5. Mondja ki az oszcillációs kritériumot!
6. Mondja ki az integrálfüggvény differenciálhatóságáról szóló tételt!

**C. További kérdések**

(3 × 7 pont)

1. Legyen az  $f$  függvény szigorúan monoton és konvex  $(a, b)$ -n. Igaz-e, hogy az inverze szükségképpen konkáv?
2. Adja meg az  $1 - |x|$  függvény egy primitív függvényét az egész  $\mathbb{R}$ -en!
3. Legyenek  $f$  és  $g$  differenciálhatók  $(a, b)$ -n. Igaz-e, hogy minden  $\xi \in (a, b)$  esetén vannak olyan  $x_1, x_2 \in (a, b)$ ,  $x_1 < \xi < x_2$  értékek, hogy

$$f'(\xi)(g(x_2) - g(x_1)) = g'(\xi)(f(x_2) - f(x_1)) ?$$

Ügyeljen a megfelelő *indoklásokra* az A és C részekben, a *pontos* fogalmazásra, feltételekre a B részben! A rendelkezésre álló idő 90 perc. A dolgozat írása közben elektromos eszközök, könyvek, jegyzetek nem használhatók, csak egy kézzel írott egy lapos képletgyűjtemény.

Jó munkát!