

**VIZSGADOLGOZAT**  
mat.tanár szak, 2005. 06. 14.

**A. Feladatok**

1. Határozza meg az alábbi függvények egy primitív függvényét: (8 + 8 + 7 pont)

a)  $\frac{1}{8} \left( \frac{x-1}{x+1} \right)^4$     b)  $\sqrt{\frac{1-\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}}}$     c)  $\frac{\log^3 x}{x^2}$

2. Igazolja, hogy  $x > 0$  esetén

$$\log(1+x) > \frac{\operatorname{arctg} x}{1+x} \quad (8 \text{ pont})$$

3. Végezze el az

$$\arcsin(1 - \sqrt[3]{x^2})$$

függvény teljes diszkusszióját! (14 pont)

**B. Definíciók, tételek**

(6 × 4 pont)

1. Mondja ki a Taylor formuláró szóló tételt!
2. Mit ért az alatt, hogy a  $\phi$  függvény az  $f$ -nek primitívje?
3. Mondja ki a hányadosfüggvény integrálhatóságáról szóló tételt!
4. Mit ért az alatt, hogy az  $f$  függvény differenciálható az  $a$  helyen?
5. Mondja ki a L'Hospital szabályt (a  $g(x) \rightarrow \infty$  alakot)!
6. Mondja ki a Riemann-integrálra vonatkozó helyettesítéses integrál formulát!

**C. További kérdések**

(3 × 7 pont)

1. Legyen  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  páratlan függvény. Igaz-e, hogy a) ha  $f$  folytonos  $\mathbb{R}$ -en, akkor primitívje páros függvény; ha  $f$  deriválható  $\mathbb{R}$ -en, akkor deriváltja is páros függvény ?
2. Hol differenciálható az  $\arcsin(\cos x)$  függvény?
3. Legyen  $f$  a  $[0, 1]$  -en folytonos, és tudjuk, hogy  $\int_0^1 f^2(x) dx = 0$ . Igaz-e, hogy  $f$  szükségképpen állandó?

Ügyeljen a megfelelő *indoklásokra* az A és C részekben, a *pontos* fogalmazásra, feltételekre a B részben! A rendelkezésre álló idő 90 perc. A dolgozat írása közben elektromos eszközök, könyvek, jegyzetek nem használhatók, csak egy kézzel írott egy lapos képletgyűjtemény.

Jó munkát!