

VIZSGADOLGOZAT
mat.tanár szak, 2005. 06. 10.

A. Feladatok

1. Határozza meg az alábbi függvények egy primitív függvényét: (8 + 8 + 7 pont)

a) $\frac{9x^2 + 2x - 3}{x^4 - 1}$ b) $\frac{1}{(1 + x^2)\sqrt{1 - x^2}}$ c) $x \sin x \cos x$

2. Vizsgálja az

$$\operatorname{arctg} \frac{x + 1}{x - 1}$$

függvény monotonitását, adja meg az értékkészletét, vázlatosan ábrázolja! (9 pont)

3. Végezze el az

$$3\sqrt[3]{x} - x$$

függvény teljes diszkusszióját! (13 pont)

B. Definíciók, tételek

(6 × 4 pont)

1. Mondja ki a Newton–Leibnitz formulát!
2. Definiálja a Lagrange-féle interpolációs polinomot!
3. Mondja ki a Darboux tételt !
4. Mit ért az alatt, hogy az f függvény az $\langle a, b \rangle$ intervallumon szigorúan konkáv?
5. Mondja ki a diferenciálható függvény szélsőértékének létezése és a függvény (első) deriváltja közti kapcsolatot leíró tétel(eke)t! (Szüks., illetve elégs. feltételek.)
6. Mondja ki a középérték-tételt (a Lagrange-féle alakban)!

C. További kérdések

(3 × 7 pont)

1. Fogalmazza meg az oszcillációs kritériumban szereplő feltétel tagadást (f nem integrálható ...) (feltehetjük, hogy $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ korlátos).
2. Legyen $h > -1$. A p paraméter mely értékeire lesz $(1 + h)^p \leq 1 + hp$?
3. Hol differenciálható az

$$f(x) := \begin{cases} e^{-1/x^2}, & \text{ha } x \neq 0, \\ 0 & \text{különben} \end{cases}$$

függvény?

Ügyeljen a megfelelő *indoklásokra* az A és C részekben, a *pontos* fogalmazásra, feltételekre a B részben! A rendelkezésre álló idő 90 perc. A dolgozat írása közben elektromos eszközök, könyvek, jegyzetek nem használhatók, csak egy kézzel írott egy lapos képletgyűjtemény.

Jó munkát!