

VIZSGADOLGOZAT
mat.tanár szak, 2005. 05. 31.

A. Feladatok

1. Határozza meg az alábbi függvények egy primitív függvényét: (8 + 8 + 7 pont)

a) $\frac{1}{\sqrt[4]{5-x} + \sqrt{5-x}}$ b) $\frac{1}{x\sqrt{4-x^4}}$ c) $\frac{x \sin x}{\cos^3 x}$

2. Vizsgálja a

$$\frac{\cos(x+1)}{\cos(x+2)}$$

függvény monotonitását, adja meg az értékkészletét, vázlatosan ábrázolja! (9 pont)

3. Végezze el az

$$\frac{x}{\sqrt[3]{x^2-1}}$$

függvény teljes diszkusszióját! (13 pont)

B. Definíciók, tételek

(6 × 4 pont)

1. Mondja ki a Taylor tételt!
2. Definiálja adott függvény improprius integrálja fogalmát (elég a „jobboldali alapeset”)!
3. Mondja ki az integrálfüggvény differenciálhatóságáról szóló tételt!
4. Mit ért az alatt, hogy az f függvény az $\langle a, b \rangle$ intervallumon konvex?
5. Mondja ki a differenciálható függvény szigorú csökkenése és a deriváltja közti kapcsolatot leíró tétel(ek)e)t! (Szüks., illetve elégs. feltételek.)
6. Mit ért az alatt, hogy az f függvénynek az a helyen lokális minimuma van?

C. További kérdések

(3 × 7 pont)

1. Legyen p egy olyan n -edfokú polinom, amelynek pontosan n különböző valós gyöke van. Lehet-e a) p' -nek; b) p'' -nek többszörös gyöke?
2. Adjon példát olyan differenciálható függvényre, amelynek valamely a helyen szigorú szélsőértéke van, de a deriváltja nem vált előjelet!
3. Az f (mindenütt értelmezett) függvényről tudjuk, hogy szigorúan növe a $(0, 1)$ intervallumon. Igaz-e, hogy f szükségképpen integrálható is a $[0, 1]$ -en ?

Ügyeljen a megfelelő *indoklásokra* az A és C részekben, a *pontos* fogalmazásra, feltételekre a B részben! A rendelkezésre álló idő 90 perc. A dolgozat írása közben elektromos eszközök, könyvek, jegyzetek nem használhatók, csak egy kézzel írott egy lapos képletgyűjtemény.

Jó munkát!