

**VIZSGADOLGOZAT**  
mat.tanár szak, 2005. 05. 20.

**A. Feladatok**

1. Határozza meg az alábbi függvények egy primitív függvényét: (10 + 8 + 6 pont)

a)  $\frac{1}{(1 + \sqrt{x^2 + x})}$     b)  $\frac{\arcsin \sqrt{x}}{\sqrt{1-x}}$     c)  $\sqrt{\frac{1 + \cos x}{\sin x}}$

2. Igazolja, hogy  $-1 \leq x \leq 1$  esetén

$$\sqrt{1-x} \leq 1 - \frac{x}{2}.$$

Lgfeljebb mekkora lehet a két oldal eltérése? (7 pont)

3. Végezze el az

$$\sqrt[3]{\frac{x^2}{x+1}}$$

függvény teljes diszkusszióját! (14 pont)

**B. Definíciók, tételek**

(6 × 4 pont)

1. Definiálja a Lagrange-féle interpolációs polinomot!
2. Mondja ki a L'Hospital szabályt (az  $x \rightarrow a + 0$ ,  $g(x) \rightarrow \infty$  alakot)!
3. Mondja ki a differenciálható függvény szigorú minimuma létezésének szükséges, illetve elegendő feltételét (az első derivált segítségével)!
4. Mit ért az alatt, hogy az  $f$  függvény az  $a$  helyen  $-+$  jelváltó?
5. Mondja ki az oszcillációs kritériumot!
6. Mondja ki a helyettesítéses integrál formuláját (a Riemann-integrálról szóló alakban)!

**C. További kérdések**

(3 × 7 pont)

1. Legyen  $p$  egy olyan  $n$ -edfokú polinom, amelynek pontosan  $n$  különböző valós gyöke van. Lehet-e a)  $p'$ -nek; b)  $p''$ -nek többszörös gyöke?
2. Hol differenciálható az  $\arcsin(\cos x)$  függvény?
3. Az  $f : [1, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$  függvényről tudjuk, hogy létezik az  $\int_1^\infty f(x) dx$  improprius integrálja. Igaz-e, hogy szükségképpen  $f(x) \rightarrow 0$ , ha  $x \rightarrow \infty$ ?

Ügyeljen a megfelelő *indoklásokra* az A és C részekben, a *pontos* fogalmazásra, feltételekre a B részben! A rendelkezésre álló idő 90 perc. A dolgozat írása közben elektromos eszközök, könyvek, jegyzetek nem használhatók, csak egy kézzel írott egy lapos képletgyűjtemény.

Jó munkát!