

**VIZSGADOLGOZAT**  
mat.tanár szak, 2005. 05. 18.

**A. Feladatok**

1. Határozza meg az alábbi függvények egy primitív függvényét: (10 + 7 + 6 pont)

a)  $\frac{1}{\sqrt{-8 - 4x^2 - 12x}}$     b)  $\log(x^2 + x)$     c)  $\sin \sqrt[3]{x}$

2. Legyen

$$f(x) := e^{\sin x} - \sin x.$$

Vizsgálja a függvény monotonitását, adja meg az értékkészletét és az esetleges szélsőértékeket! (8 pont)

3. Végezze el az

$$f(x) := x \cdot e^{1/(1-x)}$$

függvény teljes diszkusszióját! (14 pont)

**B. Definíciók, tételek**

(6 × 4 pont)

1. Mit ért az alatt, hogy az  $f$  függvény az  $(a, b)$  intervallumon konkáv?
2. Mondja ki a Taylor-formuláról szóló tételt!
3. Mondja ki a differenciálható függvény monoton csökkenése és az első derivált közti kapcsolatot leíró tétel(eke)t!
4. Mondja ki a Newton–Leibniz formulát!
5. Mondja ki a függvények összetételének integrálhatóságáról szóló tételt!
6. Definálja az  $[a, b]$ -n korlátos  $f$  függvény felső integrálközelítő összegeit!

**C. További kérdések**

(3 × 7 pont)

1. Legyen  $f$  monoton az  $[a, b]$ -n, és  $B_n$  az  $[a, b]$  egy beosztása. Igaz-e, hogy

$$\left| \underline{s}(f, B_n) - \int_a^b f \right| < 10^{-4},$$

ha  $n$  elég nagy?

2. Legyen  $h > -1$ . Az  $\alpha$  paraméter mely értékeire igaz, hogy  $(1 + h)^\alpha \leq 1 + h\alpha$ ?

3. A  $p$  paraméter mely értékeire létezik az  $\int_1^\infty x^p dx$  integrál?

Ügyeljen a megfelelő *indoklásokra* az A és C részekben, a *pontos* fogalmazásra, feltételekre a B részben! A rendelkezésre álló idő 90 perc. A dolgozat írása közben elektromos eszközök, könyvek, jegyzetek nem használhatók, csak egy kézzel írott egy lapos képletgyűjtemény.

Jó munkát!