

VIZSGADOLGOZAT
mat.tanár szak I. évf., 2005. 01. 25.

A. Feladatok

1. Határozza meg az

$$\sqrt{\log_{1/2} \frac{2x+5}{x+2}}$$

függvény értelmezési tartományát és értékkészletét! (10 pont)

2. Számolja ki az alábbi határértékeket: (8 + 8 + 5 pont)

a) $\sqrt{x^2 + 5x + 7} + x$ ($x \rightarrow -\infty$) b) $(\cos x)^{-\operatorname{ctg}^2 x}$ ($x \rightarrow 0$) c) $\frac{\sin \pi n}{3n}$ ($n \rightarrow \infty$)

3. Hol folytonos az

$$f(x) := \frac{3^{\operatorname{tg} x}}{2^{\cos x} - 2}$$

függvény? Adja meg a jellegzetes limeseit, vázlatosan ábrázolja! (14 pont)

B. Definíciók, tételek (6 × 4 pont)

1. Mondja ki a differenciálható függvény inverzéről szóló tételt!
2. Mi ért az alatt, hogy $\inf H = k$ (ahol $H \subseteq \mathbb{R}$, $H \neq \emptyset$)? (A formális definíciót adja meg!)
3. Mit jelent az, hogy az f függvény Bolzano–Darboux tulajdonságú az $\langle a, b \rangle$ intervallumon?
4. Mit jelent az, hogy az f függvény jobbról folytonos az a helyen? (Mindkét definíciót adja meg!)
5. Mondja ki a rendőr-elvet!
6. Definiálja az arccos függvényt!

C. További kérdések (3 × 7 pont)

1. Legyen f az a helyen folytonos függvény. Igaz-e, hogy a $g(x) := f(x) \cdot (x-a)$ ($D_g = D_f$) függvény szükségképpen differenciálható az a helyen?
2. Az a_n sorozatról tudjuk, hogy pontosan egy torlódási pontja van. Igaz-e, hogy a sorozat szükségképpen konvergens?
3. Fogalmazza meg (pozitív, állító formában), mit jelent az, hogy az f függvény *nem* monoton növekvő D_f -en!

Ügyeljen a megfelelő *indoklásokra* az A és C részekben, a *pontos* fogalmazásra, feltételekre a B részben! A rendelkezésre álló idő 90 perc. A dolgozat írása közben elektromos eszközök, könyvek, jegyzetek nem használhatók, csak egy egy lapos, kézzel írott képletgyűjtemény.

Jó munkát!