

VIZSGADOLGOZAT

mat.tanár szak I. évf., 2005. 01. 18.

A. Feladatok

1. Határozza meg az $\sqrt{\log_{2/3} \frac{x^2 + 3x + 2}{x^2 + 7x + 10}}$ függvény értelmezési tartományát és értékészletét, vázlatosan ábrázolja! (11 pont)

2. Számolja ki az alábbi határértékeket: (8 + 7 pont)

a) $\frac{1 - \sqrt{\cos x}}{x^{2/3} \arctg x}$ b) $\left(\frac{n^2 - 1}{n^2}\right)^{n^3} \quad (n \rightarrow \infty)$

3. Hol folytonos az $\frac{2^{\operatorname{tg} x}}{\sin x + \frac{1}{2}}$ függvény? Adja meg a jellegzetes limeseit, vázlatosan ábrázolja! (12 pont)

4. Definíció szerint (küszöbszámkereséssel) mutassa meg, hogy

$$\frac{1 + n - 2n^2 + n^3}{1 - 2n^2} \rightarrow -\infty ! \quad (7 \text{ pont})$$

B. Definíciók, tételek

(6 × 4 pont)

1. Mondja ki az inverzfüggvény differenciálhatóságáról szóló tételt!
2. Mit jelent az, hogy az l szám határértéke az a_n sorozatnak? (Mindkét definíciót adja meg!)
3. Mondja ki a Cauchy-féle konvergenciakritériumot!
4. Mit jelent az, hogy az f függvény jobbról folytonos az a helyen? (Mindkét definíciót adja meg!)
5. Mondja ki a konverens sorozatokra vonatkozó második egyenlőtlenségi tételt (amelyikben azt tesszük fel, hogy $a > b$)!
6. Definiálja az arccos függvényt!

C. További kérdések

(3 × 7 pont)

1. Egy a_n pozitív tagú sorozatról tudjuk, hogy $\frac{a_{n+1}}{a_n} \rightarrow 0,123$. Igaz-e, hogy a sorozat szükségképpen konvergens?
2. Fogalmazza meg (pozitív, állító formában), mit jelent az, hogy az f függvény *nem invertálható* az $I \subseteq D_f$ intervallumon!
3. Egy $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ függvényről tudjuk, hogy szigorúan növény és korlátos. Igaz-e, hogy a függvény értékészlete szükségképpen az $[f(a), f(b)]$ zárt intervallum?

Ügyeljen a megfelelő *indoklásokra* az A és C részekben, a *pontos* fogalmazásra, feltételekre a B részben! A rendelkezésre álló idő 90 perc. A dolgozat írása közben elektromos eszközök, könyvek, jegyzetek nem használhatók, csak egy egy lapos, kézzel írott képletgyűjtemény.

Jó munkát!