

VIZSGADOLGOZAT
mat.tanár szak I. évf., 2005. 01. 11.

A. Feladatok

1. Határozza meg az $\arcsin \frac{x-3}{x-5}$ függvény értelmezési tartományát és értékkészletét! (9 pont)
2. Számolja ki az alábbi határértékeket: (9 + 7 pont)

a) $\frac{1 - \sqrt[3]{1 + \operatorname{tg} x}}{x} \quad (x \rightarrow 0)$ b) $\frac{(1-n) \operatorname{arc} \operatorname{tg} n}{\sqrt{n^2 + 2}} \quad (n \rightarrow \infty)$

3. Hol folytonos az $\frac{2^{x/(1+x)}}{\sqrt{x^2 + 3} - x}$ függvény? Adja meg a jellegzetes limeseit, vázlatosan ábrázolja! (14 pont)
4. Definíció szerint (küszöbszámkereséssel) mutassa meg, hogy

$$\left(2 + \frac{1}{n}\right)^{-n} \rightarrow 0! \quad (6 \text{ pont})$$

B. Definíciók, tételek (6 × 4 pont)

1. Mondja ki az (a, b) intervallumon szigorúan csökkenő, folytonos függvény inverzéről szóló tételt!
2. Mondja ki a Bolzano–Weierstrass tételt!
3. Fogalmazza meg a Bernoulli-féle egyenlőtlenséget!
4. Mit jelent az, hogy az f függvény határértéke a $-\infty$ -ben l ? (Mindkét definíciót adja meg!)
5. Mit jelent az, hogy az f függvény differenciálható a -ban?
6. Mondja ki a konvergens sorozatok hányadosáról szóló tételt!

C. További kérdések (3 × 7 pont)

1. Lehet-e egy folytonos és egy nem folytonos függvény összetétele folytonos?
2. Fogalmazza meg (pozitív, állító formában), mit jelent az, hogy az f függvény *nem* egyenletesen folytonos az $I \subseteq D_f$ intervallumon!
3. Mutasson példát olyan sorozatra, amelynek végtelen sok torlódási pontja van!

Ügyeljen a megfelelő *indoklásokra* az A és C részekben, a *pontos* fogalmazásra, feltételekre a B részben! A rendelkezésre álló idő 90 perc. A dolgozat írása közben elektromos eszközök, könyvek, jegyzetek nem használhatók, csak egy egy lapos, kézzel írott képletgyűjtemény.

Jó munkát!