

VIZSGADOLGOZAT
mat.tanár szak I. évf., 2003. 05. 29.

A. Feladatok

1. Határozza meg az alábbi függvények egy primitív függvényét: (10 + 7 + 6 pont)

a) $\frac{1}{\sqrt{-8 - 4x^2 - 12x}}$ b) $\log(x^2 + x)$ c) $\sin \sqrt[3]{x}$

2. Legyen

$$f(x) := e^{\sin x} - \sin x .$$

Vizsgálja a függvény monotonitását, adja meg az értékkészletét és az esetleges szélsőértékeket! (8 pont)

3. Végezze el az

$$f(x) := x \cdot e^{1/(1-x)}$$

függvény teljes diszkusszióját! (14 pont)

B. Definíciók, tételek

(6 × 4 pont)

1. Mit ért az alatt, hogy az f függvény az (a, b) -n konkáv?
2. Mondja ki a Taylor-formulát!
3. Mondja ki a differenciálható függvény monoton csökkenése és az első derivált közti kapcsolatot leíró tétel(eke)t!
4. Mondja ki a Newton–Leibniz formulát (az I. alakban, tehát amelyikben f integrálhatóságát tettük fel)!
5. Mondja ki a függvények összetételének integrálhatóságáról szóló tételt!
6. Definiálja az $[a, b]$ -n korlátos f függvény felső integrálközelítő összegeit!

C. További kérdések

(3 × 7 pont)

1. Fogalmazza meg az oszcillációs kritérium tagadó alakját (az $[a, b]$ -n korlátos f függvény *nem* integrálható, ...)!
2. Egy n -edfokú polinomról tudjuk, hogy pontosan n különböző valós gyöke van. Igaz-e, hogy deriváltjának pontosan $n - 1$ különböző valós gyöke van?
3. A p paraméter mely értékeire létezik az $\int_0^1 x^p dx$ integrál?

Ügyeljen a megfelelő *indoklásokra* az A és C részekben, a *pontos* fogalmazásra, feltételekre a B részben! A rendelkezésre álló idő 90 perc. A dolgozat írása közben elektromos eszközök, könyvek, jegyzetek nem használhatók, csak egy kézzel írott egy lapos képletgyűjtemény.

Jó munkát!