

VIZSGADOLGOZAT

mat. alapszak I. évf. levelező, 2008. 01. 11.

A. Feladatok

1. Legyen $f(x) := \sqrt{\operatorname{tg} x + \operatorname{ctg} x}$. Határozza meg a függvény értelmezési tartományát és értékkészletét! (7 pont)

2. Számolja ki az alábbi határértékeket: (7+8 pont)

a) $(\sqrt{n^2 + 3n + 4} - \sqrt{n^2 - 3n - 4}) (n \rightarrow \infty)$ b) $\left(\frac{1}{\sin x} - \frac{1}{\operatorname{tg} x}\right) (x \rightarrow 0)$

3. Hol konvergens a $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n x^n}{4^n n^3}$ sor? (8 pont)

4. Legyen $f(x) := \sqrt{\frac{3x-9}{x-2}}$. Hol folytonos? Hol monoton? Vizsgálja a jellegzetes limeseket, vázlatosan ábrázolja a függvényt! Adja meg a függvény inverzét (az ÉT-t és az ÉK-et is)! (15 pont)

B. Definíciók, tételek

(6 × 4 pont)

1. Mit jelent az, hogy az f függvény határértéke az a helyen $-\infty$? (Mindkét definíciót adja meg!)
2. Mit jelent az, hogy az f függvény egyenletesen folytonos az I intervallumon?
3. Definálja az adott f függvény inverzét!
4. Mondja ki a Leibniz-féle kritériumot!
5. Mondja ki a függvények hányadosának folytonosságáról szóló tételt!
6. Mondja ki a rendőr-elvet!

C. További kérdések

(3 × 7 pont)

1. Fogalmazza meg (pozitív, állító formában), mit jelent az, hogy az f függvény *nem* monoton az $I \subset D_f$ intervallumon!
2. Adjon példát olyan $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ függvényre, amely a $[0, 1]$ -en korlátos, de nem veszi fel szélsőértékeit!
3. Adjon példát olyan sorozatra, amelynek végtelen sok (különböző) torlódási pontja van!

Ügyeljen a megfelelő *indoklásokra* az A és C részekben, a *pontos* fogalmazásra, feltételekre a B részben! A rendelkezésre álló idő 90 perc. A dolgozat írása közben elektromos eszközök, könyvek, jegyzetek nem használhatók, csak egy egy lapos, kézzel írott képletgyűjtemény.

Jó munkát!