

VIZSGADOLGOZAT
mat. alapszak I. évf., 2007. 01. 19.

A. Feladatok

- Adja meg az $f(x) := \arcsin(x + 3 - |x + 2|)$ függvény értelmezési tartományát és értékkészletét! (8 pont)
- Számolja ki az $(\frac{5n-8}{n+7})^{-n}$ sorozat határértékét! (7 pont)
- Konvergens-e, abszolút konvergens-e a $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{3 \cdot 5 \cdots (2n+1)}{2 \cdot 5 \cdots (3n-1)}$ sor? (7 pont)
- Hol konvergens a $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{x^n}{n+n^2}$ függvénysor? (9 pont)
- Legyen $f(x) := (1/3)^{\frac{x-2}{1-x}}$. Hol folytonos? Hol monoton? Vizsgálja a jellegzetes limeseket, vázlatosan ábrázolja a függvényt! (11 pont)

B. Definíciók, tételek (6 × 4 pont)

- Mit jelent az, hogy az f függvény jobboldali határértéke az a helyen $-\infty$? (Mindkét definíciót adja meg!)
- Mit jelent az, hogy az α szám az a_n sorozatnak torlódási pontja?
- Mit jelent az, hogy az f_n függvénysorozat a H halmazon egyenletesen konvergál?
- Mondja ki a Leibniz-féle kritériumot!
- Mondja ki a (sorozatokra vonatkozó) Cauchy-féle kritériumot!
- Mondja ki a konvergens sorozatok hányadosáról szóló tételt!

C. További kérdések (4 × 6 pont)

- Mutassa meg, hogy az A/5 feladatban szereplő függvény invertálható; adja meg az inverzét (ÉT, ÉK-t is)!
- Fogalmazza meg (pozitív, állító formában), mit jelent az, hogy az $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ függvény az $[a, b]$ intervallumon *nem* egyenletesen folytonos!
- Van-e olyan függvény, amely az $[a, b]$ zárt intervallumon korlátos, de nem veszi fel szélsőértékeit?
- Hol konvergens a

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{n^2}}{3^n}$$

függvénysor?

Ügyeljen a megfelelő *indoklásokra* az A és C részekben, a *pontos* fogalmazásra, feltételekre a B részben! A rendelkezésre álló idő 90 perc. A dolgozat írása közben elektromos eszközök, könyvek, jegyzetek nem használhatók, csak egy egy lapos, kézzel írott képletgyűjtemény.

Jó munkát!