

VIZSGADOLGOZAT
mat. alapszak I. évf., 2007. 01. 05.

A. Feladatok

1. Számolja ki az $\sqrt[n]{\frac{n^3+3}{4n^2-5}}$ sorozat határértékét! (7 pont)
2. Számolja ki az $x(\sqrt{x^2-1}+x)$ függvény $x \rightarrow -\infty$ határértékét! (8 pont)
3. Konvergens-e, abszolút konvergens-e a $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{n^2+n+1}$ sor? (7 pont)
4. Hol konvergens a $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n2^n} x^n$ sor? (9 pont)
5. Legyen $f(x) := \frac{x^2-2x}{x^2+x}$. Hol folytonos? Hol monoton? Vizsgálja a jellegzetes limeseket, vázlatosan ábrázolja a függvényt! (11 pont)

B. Definíciók, tételek (6 × 4 pont)

1. Mit jelent az, hogy az f függvény balról folytonos az a helyen? (Mindkét definíciót adja meg!)
2. Mit jelent az, hogy az f_n függvénysorozat a H halmazon egyenletesen konvergál az f függvényhez?
3. Definiálja az adott f és g függvények $f(g)$ összetételét!!
4. Mondja ki a hányadoskritériumot!
5. Definiálja az arcsin x függvényt!
6. Mit ért azalatt, hogy egy (numerikus) sor konvergens?

C. További kérdések (4 × 6 pont)

1. Mutassa meg, hogy az A/5 feladatban szereplő függvény invertálható; adja meg az inverzét (ÉT, ÉK-t is)!
2. Fogalmazza meg (pozitív, állító formában), mit jelent az, hogy az f függvény *nem* egyenletesen folytonos az $I \subset D_f$ intervallumon!
3. Lehet-e két nem folytonos függvény összetétele folytonos?
4. Igaz-e, hogy ha egy függvény az (a, b) intervallumon invertálható, akkor szükségképpen szigorúan monoton is?

Ügyeljen a megfelelő *indoklásokra* az A és C részekben, a *pontos* fogalmazásra, feltételekre a B részben! A rendelkezésre álló idő 90 perc. A dolgozat írása közben elektromos eszközök, könyvek, jegyzetek nem használhatók, csak egy egy lapos, kézzel írott képletgyűjtemény.

Jó munkát!