

**VIZSGADOLGOZAT**  
mat.tanár szak I. évf., 2001. 06. 13.

**A. Feladatok**

1. Határozza meg az alábbi függvények egy primitív függvényét: (10 + 8 + 6 pont)

a)  $\frac{x^2}{\sqrt{1-2x-x^2}}$     b)  $\frac{\arcsin \sqrt{x}}{\sqrt{1-x}}$     c)  $\frac{\sqrt{1+\cos x}}{\sin x}$

2. Legyen

$$\operatorname{tg} x \sim x, \quad \text{ha } 0 \leq x \leq \pi/4.$$

Adjon becslést a közelítő formula hibájára! (6 pont)

3. Végezze el az

$$f(x) := 1 - x \cdot e^{-1/x}$$

függvény teljes diszkusszióját! (15 pont)

**B. Definíciók, tételek**

(6 × 4 pont)

1. Mit jelent az, hogy az  $f$  függvény lokálisan csökkenő  $a$ -ban?
2. Mondja ki a L'Hospital szabályt (az  $x \rightarrow a + 0$ ,  $g(x) \rightarrow \infty$  alakot)!
3. Mondja ki a differenciálható függvény szigorú minimuma létezésének szükséges, ill. elegendő feltételét (az első derivált segítségével)!
4. Mondja ki az integrálszámítás középérték-tételét!
5. Mondja ki az oszcillációs kritériumot!
6. Mondja ki a helyettesítéses integrálás formuláját (mindkét alakot, tehát a primitív függvényről és a Riemann-integrálról szólót is)!

**C. További kérdések**

(3 × 7 pont)

1. A  $p$  paraméter mely értékei esetén differenciálható mindenütt az

$$f(x) := \begin{cases} x^p (\sin \frac{1}{x} + 2), & \text{ha } x \neq 0, \\ 0, & \text{ha } x = 0 \end{cases}$$

függvény?

2. Van-e olyan  $f$  függvény, amelynek a) minden alsó és felső összege egyben Riemann-összeg is, b) minden Riemann-összege egyben alsó vagy felső összeg is?
3. Van-e olyan függvény, amely a  $[0, \infty)$ -n nem azonosan 0, periodikus, és a  $[0, \infty)$ -en improprius értelemben integrálható?

Ügyeljen a megfelelő *indoklásokra* az A és C részekben, a *pontos* fogalmazásra, feltételekre a B részben! A rendelkezésre álló idő 90 perc. A dolgozat írása közben elektromos eszközök, könyvek, jegyzetek nem használhatók, csak egy egy lapos, kézzel írott egy lapos képletgyűjtemény.

Jó munkát!