

VIZSGADOLGOZAT
mat.tanár szak I. évf., 2001. 05. 30.

A. Feladatok

1. Határozza meg az alábbi függvények egy primitív függvényét: (12 + 6 + 6 pont)

a) $\frac{1}{1 + \sqrt{x} + \sqrt[3]{x}}$ b) $\frac{\sin x - \cos x}{\sin x + \cos x}$ c) $e^{\sqrt{x}}$

2. Írja föl az $\frac{1}{x}$ függvény -1 körüli, n -edfokú Taylor polinomját és a hibatagot! (6 pont)

3. Végezze el az

$$f(x) := \frac{\cos x}{\cos 2x}$$

függvény teljes diszkusszióját! (15 pont)

B. Definíciók, tételek

(6 × 4 pont)

1. Mondja ki az integrálfüggvény folytonosságáról szóló tételt!
2. Mondja ki a L'Hospital szabályt (az $x \rightarrow a$, $g(x) \rightarrow \infty$ alakot)!
3. Mondja ki a Darboux tételt!
4. Mondja ki a középérték tétel Lagrange-féle alakját!
5. Mondja ki az integrálható függvények hányadosáról szóló tételt!
6. Mondja ki a parciális integrálás formuláját (mindkét alakot, tehát a primitív függvényre és a Riemann-integrálra vonatkozót is)!

C. További kérdések

(3 × 7 pont)

1. Legyen az f függvény szigorúan monoton és konvex (a, b) -n. Igaz-e, hogy az inverze szükségképpen konkáv?
2. Adja meg az $f(x) := 1 - |x|$ függvény egy primitív függvényét az egész számegyenesen!
3. Hol differenciálható az

$$f(x) := \begin{cases} e^{1/x^2}, & \text{ha } x \neq 0, \\ 0 & \text{különben} \end{cases}$$

függvény?

Ügyeljen a megfelelő *indoklásokra* az A és C részekben, a *pontos* fogalmazásra, feltételekre a B részben! A rendelkezésre álló idő 90 perc. A dolgozat írása közben elektromos eszközök, könyvek, jegyzetek nem használhatók, csak egy egy lapos, kézzel írott egy lapos képletgyűjtemény.

Jó munkát!