VIZSGADOLGOZAT

többvált. fv.tan elemei, 2008. 01. 08.

A. Feladatok

1. Adja meg az $e^{x^2-y}(5-2x+y)$ függvény szélsőértékeit! (8 pont)

2. Számolja ki az $\iint_D \operatorname{arc\,tg} \frac{y}{x}\, dx\, dy$ integrált, ahol D az $1 \leq x^2+y^2 \leq 9$, $\frac{x}{\sqrt{3}} \leq y \leq x\sqrt{3}$ tartomány! (10 pont)

3. Számolja ki az $\int_G \frac{x\,dx+y\,dy}{\sqrt{1+x^2+y^2}}$ integrált, ahol G az $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{16}=1$ ellipszis $(3,0)$-ból $(0,4)$-be vezető (rövidebb) íve!(9 pont)

4. Legyen $f(x,y) := \sqrt{|xy|}$. Adja meg a parciális deriváltakat, vizsgálja a totális differenciálhatóságot! (12 pont)

5. Oldja meg az $e^y + (xe^y - 2y)y' = 0$ differenciálegyenletet! (6 pont)

B. Definíciók, tételek (6 × 4 pont)

1. Mit ért azalatt, hogy az f k-változós függvénynek az $A \in \mathbb{R}^k$ pontban lokális minimuma van?

2. Mit ért azalatt, hogy az f k-változós függvény totálisan differenciálható az $A \in \mathbb{R}^k$ pontban?

3. Definiálja a normált tér fogalmát!

4. Definiálja a $H \in \mathbb{R}^2$ halmaz n-edik külső sokszögét!

5. Mondja ki a Young tételt!!

6. Modja ki a kettős integrál szukcesszív kiszámításáról szóló tételt!

C. További kérdések (3 × 7 pont)

1. Legyen az $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ függvény folytonos. Számolja ki az alábbi határértéket:

$$\lim_{h\to 0} \frac{1}{h^2} \int_{-h}^{h} \Big(\int_{-h}^{h} f(x,y)\, dy \Big)\, dx$$

2. Tekintsük az $x^3+y^3=3xy$ egyenletű görbe első negyedbeli $(x,y>0)$ ívét. Hol van a „jobb szélső” pontja (tehát amelyiknek x koordinátája a lehető legnagyobb)?

3. Igaz-e, hogy egy halmaz torlódási pontjainak halmaza mindig zárt?

Ügyeljen a megfelelő *indoklásokra* az A és C részekben, a *pontos* fogalmazásra, feltételekre a B részben! A rendelkezésre álló idő 90 perc. A dolgozat írása közben elektromos eszközök, könyvek, jegyzetek nem használhatók, csak egy kézzel írott egy lapos képletgyűjtemény.

Jó munkát!