

**Vizsgadolgozat**  
(Mat. alapszak)  
(Differenciál és integrálszámítás)

Név:.....

Vizsgáztató neve:.....

**A) Feladatok**

1. Határozza meg az alábbi integrálokat!

$$\text{a) } \int \frac{1}{1 + \sin x} dx; \quad \text{b) } \int (\arcsin x)^3 dx \quad (4 \text{ p} + 8 \text{ p})$$

2. Számolja ki!

$$\int_0^{\infty} \frac{1}{x^2 + x + 1} dx \quad (9 \text{ p})$$

3. Határozza meg az  $f(x) = \frac{1}{(1+x^2)^3}$  függvény 0 körüli Taylor-sorát! Hol konvergens ez a sor? (10 p)

4. Végezze el az  $f(x) = x \cdot e^{-x^2}$  függvény teljes vizsgálatát és ábrázolja a grafikont! (14 p)

(Legalább 12 pontot el kell érni!) **45 p**

**B) Definíciók, tételek**

1. Mondja ki a Taylor-formulára vonatkozó tételt! (4 p)

2. Mondja ki az integrálhatóságra vonatkozó Riemann-kritériumot! (4 p)

3. Hogyan számítható ki a görbeív hossza az integrál segítségével? (Ügyeljen a feltételekre!) (4 p)

4. Mondja ki a hatványsor differenciálására vonatkozó tételt! (4 p)

5. Mondja ki a differenciálható függvény helyi szélsőértéke létezésének szükséges ill. elegendő feltételét az első derivált segítségével! (4 p)

6. Mondja ki a Cauchy-féle középértéktételt! (4 p)

(Legalább 14 pontot el kell érni!) **24 p**

**C) Elméleti kérdések**

1. Adjon példát olyan differenciálható függvényre, amelynek valamely  $a$  helyen szigorú szélsőértéke van, de a deriváltja nem vált előjelet  $a$ -ban! (3 p)

2. Van-e primitív függvénye a következő függvénynek a  $(0, 1)$  intervallumon?

$$f(x) = \begin{cases} x \sin \frac{1}{x}, & \text{ha } x \in (0, 1) \\ 0, & \text{ha } x = 0. \end{cases} \quad (4 \text{ p})$$

3. Adjon meg olyan két függvényt, amelyek lineárisan függetlenek a  $[0; 1]$ -en és Wronski-determinánsuk nulla ezen az intervallumon! (7 p)

4. Igaz-e, hogy ha  $f \in R_{[a,b]}$ , akkor  $\exists [c; d] \subseteq [a; b]$  úgy, hogy  $f \in C_{[c;d]}$ ? (7 p)

**21 p**

$\Sigma$  **90 p**