

Vizsgadolgozat
(Mat. alapszak)
(Differenciál és integrálszámítás)

Név:.....

Vizsgáztató neve:.....

A) Feladatok

1. Határozza meg a következő integrálokat!

$$\text{a) } \int \frac{x}{1+x^4} dx; \quad \text{b) } \int x \cos^2 x dx \quad (5 \text{ p} + 7 \text{ p})$$

2. Hol differenciálható a következő függvény? Ahol differenciálható, ott számolja ki a deriváltat!

$$f(x) = \arcsin(\sin x) \quad (10 \text{ p})$$

3. Számolja ki a következő határértéket!

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{1 - \sin x}{1 + \cos 2x} \quad (10 \text{ p})$$

4. Végezze el az $f(x) = xe^{-x^2}$ függvény teljes vizsgálatát és ábrázolja a grafikont! (13 p)

(Legalább 12 pontot el kell érni!) **45 p**

B) Definíciók, tételek

1. Mondja ki az összetett függvény deriválására vonatkozó tételt! (4 p)

2. Hogy szól a hatványsorok differenciálására vonatkozó tétel? (4 p)

3. Mondja ki a Lagrange-féle középértéktételt! (4 p)

4. Hogy szól a Riemann kritérium? (4 p)

5. Fogalmazza meg a Newton–Leibniz formulára vonatkozó tételt! (4 p)

6. Hogyan számolható ki egy görbeív hossza az integrál segítségével? (Ügyeljen a feltételekre!) (4 p)
(Legalább 14 pontot el kell érni!) **24 p**

C) Elméleti kérdések

1. Adjunk meg olyan függvényt, amely x_0 -ban differenciálható, de azon kívül sehol sem folytonos! (3 p)

2. Adjon meg olyan függvényt, amely a $[2; 3]$ intervallumon nem veszi fel szélsőértékeit, de integrálható ezen az intervallumon! (4 p)

3. Bizonyítsa be, hogy ha f' korlátos a $(-\infty; \infty)$ -en, akkor f egyenletesen folytonos a $(-\infty; \infty)$ -en! (7 p)

4. Határozza meg a következő határértéket:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^1 \frac{x^n}{1+x} dx \quad (7 \text{ p})$$

21 p

Σ **90 p**