

Vizsgadolgozat
(Mat. alapszak)
(Differenciál és integrálszámítás)

Név:.....

Vizsgáztató neve:.....

A) Feladatok

1. Határozza meg az alábbi integrálokat!

$$\text{a) } \int \frac{\cos \ln x}{x} dx; \quad \text{b) } \int \operatorname{arctg} \sqrt{x} dx \quad (4 \text{ p} + 8 \text{ p})$$

2. Számolja ki!

$$\int_0^{\infty} e^{-x} \sin x dx \quad (9 \text{ p})$$

3. Határozza meg a következő határértéket!

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \cos^n \frac{x}{\sqrt{n}} \quad (10 \text{ p})$$

4. Végezze el az $f(x) = \frac{1}{\ln(x-1)}$ függvény teljes vizsgálatát és ábrázolja a grafikon! (14 p)(Legalább 12 pontot el kell érni!) **45 p****B) Definíciók, tételek**

1. Mondja ki a Taylor-formulára vonatkozó tételt! (4 p)

2. Mondja ki a Darboux-tételt! (4 p)

3. Fogalmazza meg az integrálfüggvény differenciálhatóságáról szóló tételt! (4 p)

4. Mit ért azon, hogy egy f függvénynek egy pontban helyi maximuma van? (4 p)

5. Mondja ki a differenciálható függvény monoton növekedése és a deriváltja közti kapcsolatot leíró tétel(eke)t! (4 p)

6. Mondja ki a függvénytörzset integrálásáról szóló tételt! (4 p)

(Legalább 14 pontot el kell érni!) **24 p****C) Elméleti kérdések**1. Van-e primitív függvénye a következő függvénynek a $(0, 1)$ intervallumon?

$$f(x) = \begin{cases} x \sin \frac{1}{x}, & \text{ha } x \in (0, 1) \\ 0, & \text{ha } x = 0. \end{cases} \quad (3 \text{ p})$$

2. Igaz-e az alábbi állítás? Ha $f(x) \geq 0$ az $[1; \infty)$ -n és $\forall n$ -re $f(n) = a_n$ és \exists (véges) $\int_1^{\infty} f(x) dx$, akkor a

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n \text{ sor konvergens?} \quad (4 \text{ p})$$

3. Adjon példát olyan differenciálható függvényre, amelynek valamely a helyen szigorú szélsőértéke van, de a deriváltja nem vált előjelet a -ban! (7 p)4. Legyen f folytonos a $[0, 1]$ -en és legyen $\int_0^1 f^2(x) dx = 0$. Igaz-e, hogy f szükségképpen konstans? (7 p)**21 p** **Σ 90 p**

Jó munkát!