NÉV: ______________________________

EHA: ______________________________

Kalkulus II, 2012. 01. 20.

Feladatok (5×18 pont)

1. Határozzuk meg az $\displaystyle\int_L x\,dx - dy$ integrált, ahol az L görbe a $P = (0,1)$ középpontú, egységsugarú körív $A = (-1,1)$, $B = (0,0)$ pontjait negatív irányban összekötő ív..

2. Definíció szerint és formálisan is határozzuk meg az $f(x,y) := \dfrac{\sqrt{2x-y+1}}{y}$ függvény parciális deriváltjait a $P = (2,1)$ helyen.

3. Oldjuk meg: $\cos x - x\sin x + y = (\cos y - x)y'$, $y(0) = \pi/2$.

4. Hol konvergens a $\displaystyle\sum_{n=3}^{\infty} \frac{(2n-1)^n}{2^{n-1}n^n}(x+1)^{2n+1}$ sor?

5. Határozzuk meg az $\displaystyle\iint_H (y+1)\,dx\,dy$ integrál értékét, ahol H a $(0,0)$, $(1,3)$ és $(5,1)$ pontok által kijelölt háromszög.

Az elégséges érdemjegyhez legalább 50 pontot el kell érni. *Tiltott eszközök használata esetén az érdemjegy elégtelen és ezt követően a hallgató már csak szóban vizsgázhat!*

$$\int x^\alpha\,dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C,\ (\alpha \neq -1), \qquad \int \frac{1}{x+a}\,dx = \ln|x+a| + C,\ (x \neq a),$$

$$\int \cos x\,dx = \sin x + C, \qquad \int \sin x\,dx = -\cos x + C, \qquad \int \frac{1}{\cos^2 x}\,dx = \operatorname{tg} x + C,$$

$$\int \frac{1}{\sin^2 x}\,dx = -\operatorname{ctg} x + C, \qquad \int \frac{1}{x^2+1}\,dx = \operatorname{arctg} x + C, \qquad \int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}\,dx = \arcsin x + C,$$

$$\int a^x\,dx = \frac{a^x}{\ln a} + C,\ (0 < a \neq 1), \qquad \int \frac{1}{\sqrt{x^2+a}}\,dx = \ln\left|x + \sqrt{x^2+a}\right| + C, \qquad \int \frac{1}{\sin x}\,dx = \ln\left|\operatorname{tg}\frac{x}{2}\right| + C.$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} x^n = \frac{1}{1-x} \iff |x| < 1, \qquad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p} < \infty \iff p > 1, \qquad \sum_{n=0}^{\infty} \binom{\alpha}{n} x^n = (1+x)^\alpha \iff |x| < 1$$

$$\int_k^\infty f(x)\,dx < \sum_{n=k}^{\infty} a_n < a_k + \int_k^\infty f(x)\,dx.$$