

NÉV: \_\_\_\_\_

EHA: \_\_\_\_\_

Kalkulus II, 2012. 01. 13.

**Feladatok** ( $5 \times 18$  pont)

1. Határozzuk meg az  $\int_L (2x - y) dx + x \cos y dy$  integrált, ahol az  $L$  görbe a  $(-3, 2)$  és az  $(1, -2)$  pontokat összekötő szakasz.
2. Oldjuk meg:  $2y'' + (y')^3 = 0$ ,  $y(1) = y'(1) = 1$ .
3. Határozzuk meg az  $\iint_H (3x - 2y + 1) dx dy$  integrál értékét, ahol  $H$  a  $(-1, 0)$ ,  $(2, -2)$  és  $(4, 2)$  pontok által kijelölt háromszög.
4. Definíció alapján és formálisan is határozzuk meg az  $f(x, y) := x^2 y^3$  függvény  $(0, 1)$  pontbeli parciális deriváltjait.
5. Határozzuk meg az  $f(x, y) := x^4 + y^4 + 2x^2 y^2 - 8x^2 - 8y^2$  függvény szélsőértékeit.

Az elégséges érdemjegyhez legalább 50 pontot el kell érni. *Tiltott eszközök használata esetén az érdemjegy elégtelen és ezt követően a hallgató már csak szóban vizsgázhat!*

$$\begin{aligned} \int x^\alpha dx &= \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C, \quad (\alpha \neq -1), & \int \frac{1}{x+a} dx &= \ln|x+a| + C, \quad (x \neq -a), \\ \int \cos x dx &= \sin x + C, & \int \sin x dx &= -\cos x + C, & \int \frac{1}{\cos^2 x} dx &= \operatorname{tg} x + C, \\ \int \frac{1}{\sin^2 x} dx &= -\operatorname{ctg} x + C, & \int \frac{1}{x^2+1} dx &= \operatorname{arctg} x + C, & \int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx &= \arcsin x + C, \\ \int a^x dx &= \frac{a^x}{\ln a} + C, \quad (0 < a \neq 1), & \int \frac{1}{\sqrt{x^2+a}} dx &= \ln|x + \sqrt{x^2+a}| + C, & \int \frac{1}{\sin x} dx &= \ln\left|\operatorname{tg} \frac{x}{2}\right| + C. \\ \sum_{n=0}^{\infty} x^n &= \frac{1}{1-x} \iff |x| < 1, & \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p} < \infty &\iff p > 1, & \sum_{n=0}^{\infty} \binom{\alpha}{n} x^n &= (1+x)^\alpha \iff |x| < 1 \\ & & \int_k^\infty f(x) dx &< \sum_{n=k}^{\infty} a_n < a_k + \int_k^\infty f(x) dx. \end{aligned}$$