NÉV: ______________________________

EHA: ______________________________

Kalkulus II, 2011. 12. 20.

Feladatok (5×18 pont)

1. Definíció alapján és formálisan is határozzuk meg az $f(x,y) := 2x^2 - 3xy$ függvénynek a $P = (1,-2)$ pontban az $u = (-3,4)$ irányban vett iránymenti deriváltját.

2. Oldjuk meg: $(x^3 + y)\,dx - xdy = 0$, $y(2) = 1$.

3. Oldjuk meg: $e^x(x+1) - y\sin x + y'\cos x = 0$, $y(0) = 2$.

4. Hol konvergens a $\displaystyle\sum_{n=3}^{\infty} \frac{\ln n + 3}{n2^n + 1}(3x+2)^n$ sor?

5. Határozzuk meg az $f(x,y) := x^4 + y^4 + 2x^2y^2 - 8x^2 - 8y^2$ függvény szélsőértékeit.

Az elégséges érdemjegyhez legalább 50 pontot el kell érni. *Tiltott eszközök használata esetén az érdemjegy elégtelen és ezt követően a hallgató már csak szóban vizsgázhat!*

$$\int x^\alpha\,dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C,\ (\alpha \neq -1), \quad \int \frac{1}{x+a}\,dx = \ln|x+a| + C,\ (x \neq a),$$

$$\int \cos x\,dx = \sin x + C, \quad \int \sin x\,dx = -\cos x + C, \quad \int \frac{1}{\cos^2 x}\,dx = \operatorname{tg} x + C,$$

$$\int \frac{1}{\sin^2 x}\,dx = -\operatorname{ctg} x + C, \quad \int \frac{1}{x^2+1}\,dx = \operatorname{arctg} x + C, \quad \int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}\,dx = \arcsin x + C,$$

$$\int a^x\,dx = \frac{a^x}{\ln a} + C,\ (0 < a \neq 1), \quad \int \frac{1}{\sqrt{x^2+a}}\,dx = \ln\left|x + \sqrt{x^2+a}\right| + C, \quad \int \frac{1}{\sin x}\,dx = \ln\left|\operatorname{tg}\frac{x}{2}\right| + C.$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} x^n = \frac{1}{1-x} \iff |x| < 1, \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p} < \infty \iff p > 1, \quad \sum_{n=0}^{\infty} \binom{\alpha}{n} x^n = (1+x)^\alpha \iff |x| < 1$$

$$\int_k^\infty f(x)\,dx < \sum_{n=k}^{\infty} a_n < a_k + \int_k^\infty f(x)\,dx.$$