Neve: ______________________________

EHA: ______________________

Kalkulus informatikusoknak 1, 2017. 06. 13.

Az elégséges érdemjegyhez a feladatrészből legalább 30, a definíciórészből legalább 10 pontot el kell érni. **Tiltott eszközök használata esetén az érdemjegy elégtelen és ezt követően a hallgató már csak szóban vizsgázhat.**

1. Írja föl az $f(x) := \frac{\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}}$ függvényhez az $a = 4$ pontban húzható érintő egyenletét. (8 pont)

2. Határozza meg a következő határértékeket. (8 pont)

$$\text{(i)}\ \lim_{x\to 3} \frac{x^2-5x+6}{x^2+x-12} \qquad \text{(ii)}\ \lim_{n\to\infty} \left(\frac{2+n}{3n+5}\right)^{4-n}$$

3. A tanult módon ábrázolja az

$$f(x) := x - 3\cdot\sqrt[3]{x}$$

függvényt. (15 pont)

[(i) Értelmezési tartomány, tengelymetszetek, paritás; (ii) határértékek; (iii) első derivált, monotonitás, szélsőérték; (iv) második derivált, konvexitás, inflexió; (v) függvényábrázolás, értékkészlet.]

4. Határozza meg a következő integrálokat. (34 pont)

$$\text{(i)}\ \int_{-2}^{0} \frac{7-x}{x^2+x-2}\,dx \qquad \text{(ii)}\ \int_4^9 \frac{\cos\sqrt{u}}{\sqrt{u}}\,du \qquad \text{(iii)}\ \int_{-1}^{\infty} v\cdot e^{1-v^2}\,dv$$

* * *

Segédlet:

$$\int x^\alpha\,dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C\ (\alpha \neq -1), \qquad \int \frac{1}{x}\,dx = \ln|x| + C,$$

$$\int \cos x\,dx = \sin x + C, \qquad \int \sin x\,dx = -\cos x + C, \qquad \int \frac{1}{\cos^2 x}\,dx = \operatorname{tg} x + C,$$

$$\int \frac{1}{\sin^2 x}\,dx = -\operatorname{ctg} x + C, \qquad \int \frac{1}{x^2+1}\,dx = \operatorname{arctg} x + C = -\operatorname{arcctg} x + C,$$

$$\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}\,dx = \arcsin x + C = -\arccos x + C, \qquad \int e^x\,dx = e^x + C, \qquad \int a^x\,dx = \frac{a^x}{\ln a} + C\ .$$

Definiáljuk a következő fogalmakat. (5×5 pont)

(i) A $g(t)$ függvény folytonos a $(-3, 4]$-en.

(ii) Az (a_n) sorozat torlódási pontja a 4.

(iii) Az $h(t)$ függvénynek az 5 pontban szigorú helyi maximuma (lokális maximuma) van.

(iv) A környezetes definíció alapján $\lim\limits_{t\to\infty} g(t) = 2$.

(v) Az $f(x)$ függvény integrálközepe a $[2, 3]$-n.