

Neve: _____

EHA: _____

Kalkulus informatikusoknak 1, 2017. 06. 06.

Az elégséges érdemjegyhez a feladatrészből legalább 30, a definíciórészből legalább 10 pontot el kell érni. **Tiltott eszközök használata esetén az érdemjegy elégtelen és ezt követően a hallgató már csak szóban vizsgálható.**

1. Definíció szerint és formálisan is határozza meg a $2x + \frac{8}{x^2}$ függvény deriváltját a -2 pontban. (8 pont)

2. Határozza meg a következő határértékeket. (8 pont)

$$(i) \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n}(\sqrt{n+3} - \sqrt{n-2/3}) \quad (ii) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x} - 1}{1 - x}$$

3. A tanult módon ábrázolja az

$$f(x) := x\sqrt{\ln|x|}$$

függvényt. (15 pont)

[(i) Értelmezési tartomány, tengelymetszetek, paritás; (ii) határértékek; (iii) első derivált, monotonitás, szélsőérték; (iv) második derivált, konvexitás, inflexió; (v) függvényábrázolás, értékkészlet.]

4. Határozza meg a következő integrálokat. (34 pont)

$$(i) \int_0^1 \frac{2x-2}{2x^2+5x+2} dx \quad (ii) \int_0^{3\pi/2} \varphi \cdot \sin 3\varphi d\varphi \quad (iii) \int_2^\infty \frac{-3}{t^2-2t+1} dt$$

Segédlet:

$$\int x^\alpha dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C \quad (\alpha \neq -1), \quad \int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + C,$$
$$\int \cos x dx = \sin x + C, \quad \int \sin x dx = -\cos x + C, \quad \int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \operatorname{tg} x + C,$$
$$\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\operatorname{ctg} x + C, \quad \int \frac{1}{x^2+1} dx = \operatorname{arctg} x + C = -\operatorname{arcctg} x + C,$$
$$\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx = \operatorname{arcsin} x + C = -\operatorname{arccos} x + C, \quad \int e^x dx = e^x + C, \quad \int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C.$$

Definiáljuk a következő fogalmakat. (5×5 pont)

(i) Az (a_n) sorozat határértéke $-\infty$.

(ii) A $g(u)$ függvény monoton csökken a $[-3, 4)$ -en.

(iii) A $h(t)$ függvény folytonos a 3 -ban.

(iv) A környezetes definíció alapján $\lim_{z \rightarrow 2} f(z) = -\infty$.

(v) Az f függvény improprius integrálja a $(4, \infty)$ -en.