Neve: ______________________________

EHA: ______________________

Kalkulus informatikusoknak 1, 2017. 05. 30.

Az elégséges érdemjegyhez a feladatrészből legalább 30, a definíciórészből legalább 10 pontot el kell érni. **Tiltott eszközök használata esetén az érdemjegy elégtelen és ezt követően a hallgató már csak szóban vizsgázhat.**

1. Írja föl az $f(x) := \frac{\sin x + \cos x}{x}$ függvényhez az $a = \pi$ pontban húzható érintő egyenletét. (8 pont)

2. Határozza meg a következő határértékeket. (8 pont)

$$\text{(i)} \lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{\frac{n^3+2n-1}{n+3}} \qquad \text{(ii)} \lim_{x\to 0} \frac{\cos x - 1}{x}$$

3. A tanult módon ábrázolja az

$$f(x) := \left(\frac{x-3}{2-x}\right)^2$$

függvényt. (15 pont)

[(i) Értelmezési tartomány, tengelymetszetek, paritás; (ii) határértékek; (iii) első derivált, monotonitás, szélsőérték; (iv) második derivált, konvexitás, inflexió; (v) függvényábrázolás, értékkészlet.]

4. Határozza meg a következő integrálokat. (34 pont)

$$\text{(i)} \int_3^4 \frac{u-2}{u^2-5u+6}\,du \qquad \text{(ii)} \int_{-\sqrt{\pi}}^0 2x \cdot \cos(x^2)\,dx \qquad \text{(iii)} \int_{-\infty}^{-1} e^{3z+7}\,dz$$

* * *

Segédlet:

$$\int x^\alpha\,dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C \ (\alpha \neq -1), \qquad \int \frac{1}{x}\,dx = \ln|x| + C,$$

$$\int \cos x\,dx = \sin x + C, \qquad \int \sin x\,dx = -\cos x + C, \qquad \int \frac{1}{\cos^2 x}\,dx = \operatorname{tg} x + C,$$

$$\int \frac{1}{\sin^2 x}\,dx = -\operatorname{ctg} x + C, \qquad \int \frac{1}{x^2+1}\,dx = \operatorname{arctg} x + C = -\operatorname{arcctg} x + C,$$

$$\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}\,dx = \arcsin x + C = -\arccos x + C, \qquad \int e^x\,dx = e^x + C, \qquad \int a^x\,dx = \frac{a^x}{\ln a} + C\,.$$

Definiáljuk a következő fogalmakat. (5×5 pont)

(i) Az $f(t)$ függvény lineáris függvénnyel közelíthető a 3 pontban.

(ii) A (d_n) sorozat szigorúan csökkenő.

(iii) Az $g(x)$ függvénynek helyi minimuma (lokális minimuma) van az -2 pontban.

(iv) A környezetes definíció alapján $\lim_{z \to 1^+} h(z) = \infty$.

(v) Az $f(x)$ függvény primitív függvénye a az $(1, 2)$-n.