Neve: ______________________________

EHA: ____________________

Kalkulus informatikusoknak 1, 2017. 05. 23.

Az elégséges érdemjegyhez a feladatrészből legalább 30, a definíciórészből legalább 10 pontot el kell érni. **Tiltott eszközök használata esetén az érdemjegy elégtelen és ezt követően a hallgató már csak szóban vizsgázhat.**

1. Definíció szerint és formálisan is határozza meg a $\sqrt{4x-x^2}$ függvény deriváltját a 2 pontban. (8 pont)

2. Határozza meg a következő határértékeket. (8 pont)

$$\text{(i)}\ \lim_{n\to\infty}\frac{\sqrt[3]{n^3+3n}-\sqrt{n}}{\sqrt{n+1}+2} \qquad \text{(ii)}\ \lim_{n\to\infty}\left(\frac{3-n}{2n+5}\right)^{3n}$$

3. A tanult módon ábrázolja az

$$f(x) := \frac{x+2}{(x-3)^2}$$

függvényt. (15 pont)

[(i) Értelmezési tartomány, tengelymetszetek, paritás; (ii) határértékek; (iii) első derivált, monotonitás, szélsőérték; (iv) második derivált, konvexitás, inflexió; (v) függvényábrázolás, értékkészlet.]

4. Határozza meg a következő integrálokat. (34 pont)

$$\text{(i)}\ \int_0^2 \frac{5t-3}{3+2t-t^2}\,dt \qquad \text{(ii)}\ \int_2^e (x+3)\ln(x-1)\,dx \qquad \text{(iii)}\ \int_{-\infty}^2 \frac{2\cdot e^{\sqrt{u}}}{\sqrt{u}}\,du$$

* * *

Segédlet:

$$\int x^\alpha\,dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1}+C\ (\alpha\neq -1), \qquad \int \frac{1}{x}\,dx = \ln|x|+C,$$

$$\int \cos x\,dx = \sin x + C, \qquad \int \sin x\,dx = -\cos x + C, \qquad \int \frac{1}{\cos^2 x}\,dx = \operatorname{tg} x + C,$$

$$\int \frac{1}{\sin^2 x}\,dx = -\operatorname{ctg} x + C, \qquad \int \frac{1}{x^2+1}\,dx = \operatorname{arctg} x + C = -\operatorname{arcctg} x + C,$$

$$\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}\,dx = \arcsin x + C = -\arccos x + C, \qquad \int e^x\,dx = e^x + C, \qquad \int a^x\,dx = \frac{a^x}{\ln a} + C\ .$$

Definiáljuk a következő fogalmakat. (5×5 pont)

(i) A (b_n) sorozat határértéke -2.

(ii) Az E korlátos számhalmaz supremuma.

(iii) Az $f(x)$ függvény differenciálható az 5 pontban.

(iv) A környezetes definíció alapján $\lim\limits_{y \to -2} h(y) = +3$.

(v) Alsó integrálközelítő összeg.