

Neve: \_\_\_\_\_

EHA: \_\_\_\_\_

### Kalkulus informatikusoknak 1, 2016. 12. 21.

Az elégséges érdemjegyhez a feladatrészből legalább 30, a definciórészből legalább 10 pontot el kell érni. **Tiltott eszközök használata esetén az érdemjegy elégtelen és ezt követően a hallgató már csak szóban vizsgázhat.**

1. Definíció szerint és formálisan is határozzuk meg az  $f(x) := \sqrt{5 - 3x^2}$  függvény deriváltját az  $x_0 = -1$  helyen. (8 pont)

2. Határozzuk meg a következő határértékeket. (8 pont)

$$(i) \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{7^n - 6^n + n^3} \quad (ii) \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{2n+5}{5n-4} \right)^{2-3n}$$

3. A tanult módon ábrázoljuk az

$$f(x) := x^2 \ln |x|$$

függvényt. (15 pont)

[ (i) Értelmezési tartomány, tengelymetszetek, paritás; (ii) határértékek; (iii) első derivált, monotonitás, szélsőérték; (iv) második derivált, konvexitás, inflexió; (v) függvényábrázolás, értékkészlet. ]

4. Határozzuk meg a következő integrálokat. (34 pont)

$$(i) \int_e^{e^2} \frac{1}{v \ln^2 v} dv \quad (ii) \int_0^3 \frac{2q^3 - 1}{3q + 2} dq \quad (iii) \int_0^\infty t e^{-3t+2} dt.$$

\*\*\*

Segédlet:

$$\int x^\alpha dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C \quad (\alpha \neq -1), \quad \int \frac{1}{x} dx = \ln |x| + C,$$
$$\int \cos x dx = \sin x + C, \quad \int \sin x dx = -\cos x + C, \quad \int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \operatorname{tg} x + C,$$
$$\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\operatorname{ctg} x + C, \quad \int \frac{1}{x^2+1} dx = \operatorname{arctg} x + C = -\operatorname{arcctg} x + C,$$
$$\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx = \operatorname{arcsin} x + C = -\operatorname{arccos} x + C, \quad \int e^x dx = e^x + C, \quad \int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C.$$

**Definiáljuk a következő fogalmakat.** ( $5 \times 5$  pont)

(i) Az  $(u_n)$  sorozat határértéke  $-\infty$ .

(ii) A  $h(y)$  függvény folytonos a  $-2$  pontban.

(iii) Az  $f(x)$  függvény szigorúan növekvő az  $[a, b]$ -n.

(iv) A környezetes definíció alapján  $\lim_{s \rightarrow \infty} L(s) = 4$ .

(v) Riemann-féle integrálközelítő összeg (részletesen).