

VIZSGADOLGOZAT

Differenciál- és integrálszámítás, emelt, 2014. 06. 04.

A. Feladatok

1. Határozza meg: (5 + 8 + 7 pont)

a) $\int x \cos^2 x \, dx = ?$ b) $\int \frac{\cos x \, dx}{\operatorname{tg}^2 x + \sin^2 x} = ?$ c) $\lim_{x \rightarrow 0^+} (\sin x)^x = ?$

2. Diskutálja és ábrázolja az $\frac{1}{x \log x}$ függvényt. (13 pont)

3. Igazolja, hogy $1 < x$ esetén

$$\frac{2(x-1)}{x+1} < \log x. \quad (7 \text{ pont})$$

B. Definíciók, tételek

(5 × 4 pont)

1. Mondja ki a függvény monoton csökkenése és a deriváltja közötti kapcsolatot leíró tétel(eke)t.
2. Mondja ki a határozott integrálra vonatkozó helyettesítéses integrál formulát.
3. Mondja ki a függvénytörzset integrálhatóságáról szóló tételt.
4. Definiálja az improprius integrált (elég a „jobboldali alapeset”)
5. Mondja ki az inverzfüggvény differenciálhatóságáról szóló tételt.

C. További kérdések

1. Legyen f az I intervallumon differenciálható. Igaz-e, hogy ha f' korlátos (az I -n), akkor f egyenletesen folytonos (az I -n)? Igaz-e az állítás megfordítása? (7 pont)
2. Az f függvényről tudjuk, hogy differenciálható és páros \mathbb{R} -en. Igaz-e, hogy a deriváltja szükségképpen páratlan? (5 pont)
3. A p paraméter mely értékeire konvergens az alábbi improprius integrál? (8 pont)

$$\int_0^\pi \frac{x}{\sin^p x} \, dx$$

Ügyeljen a megfelelő *indoklásokra* az A és C részekben, a *pontos* fogalmazásra, feltételekre a B részben! A rendelkezésre álló idő 90 perc. A dolgozat írása közben elektromos eszközök, könyvek, jegyzetek nem használhatók, csak egy kézzel írott egy lapos *képletgyűjtemény*.

Jó munkát!