

VIZSGADOLGOZAT

Differenciál- és integrálszámítás, 2014. 06. 04.

A. Feladatok

1. Határozza meg: (5 + 8 + 7 pont)

a) $\int x \cos^2 x \, dx = ?$ b) $\int \frac{\cos x \, dx}{\operatorname{tg}^2 x + \sin^2 x} = ?$ c) $\lim_{x \rightarrow 0^+} (\sin x)^x = ?$

2. Diszkutálja és ábrázolja az $\frac{1}{x \log x}$ függvényt. (13 pont)

3. Hol differenciálható az $\arcsin(\cos x)$ függvény? Mi a deriváltja? (7 pont)

B. Definíciók, tételek

(5 × 4 pont)

1. Mondja ki a függvény monoton csökkenése és a deriváltja közötti kapcsolatot leíró tétel(ek)e)t.
2. Mondja ki a határozott integrálra vonatkozó helyettesítéses integrál formulát.
3. Mondja ki a középérték-tételt (a Lagrange-féle alakban).
4. Definálja az improprius integrált (elég a „jobboldali alapeset”)
5. Mondja ki az inverzfüggvény differenciálhatóságáról szóló tételt.

C. További kérdések

1. Az f függvényről tudjuk, hogy valamely a helyen folytonos. Mikor lesz a $g(x) := |x - a| \cdot f(x)$ függvény differenciálható az a helyen? (4 pont)
2. Adja meg az $|x - 1|$ függvény egy primitív függvényét az egész \mathbb{R} -en. (5 pont)
3. Konvergens-e az alábbi improprius integrál? (7 pont)

$$\int_0^{\pi} \frac{x}{\sin^2 x} \, dx$$

4. Van-e olyan függvény, aminek minden primitív függvénye páratlan? (4 pont)

Ügyeljen a megfelelő *indoklásokra* az A és C részekben, a *pontos* fogalmazásra, feltételekre a B részben! A rendelkezésre álló idő 90 perc. A dolgozat írása közben elektromos eszközök, könyvek, jegyzetek nem használhatók, csak egy kézzel írott egy lapos *képletgyűjtemény*.

Jó munkát!