

VIZSGADOLGOZAT

Differenciál- és integrálszámítás, 2014. 05. 26.

A. Feladatok

1. Határozza meg: (5 + 6 + 6 pont)

$$\text{a) } \int \operatorname{tg}^3 x \, dx = ? \quad \text{b) } \int x \log \frac{1-x}{1+x} \, dx = ? \quad \text{c) } \int_1^{\infty} \frac{\operatorname{arctg} x}{1+x^2} \, dx = ?$$

2. Diszkutálja és ábrázolja az $f(x) := (2-x) \cdot e^{1/x}$ függvényt. (12 pont)

3. Az $y = \frac{1}{x}$ egyenletű hiperbola valamely $(a, \frac{1}{a})$ ($a > 0$) pontjába húzott érintő és a koordinátatengelyek egy háromszöget határolnak. Mekkora a háromszög területe? (5 pont)

4. Hol konvergens a

$$\sum_{n=0}^{\infty} (n+1)x^{n+1}$$

sor? Mi az összege? (6 pont)

B. Definíciók, tételek

(5 × 4 pont)

1. Mit ért az alatt, hogy az f függvény konkáv az I intervallumon?
2. Mondja ki a (sorokra vonatkozó) integráلكritériumot.
3. Definiálja adott függvény Taylor-sorát.
4. Mondja ki a függvény abszolút értékének integrálhatóságáról szóló tételt.
5. Mondja ki az inverzfüggvény differenciálhatóságáról szóló tételt.

C. További kérdések

1. Az f függvényről tudjuk, hogy valamely a helyen folytonos. Mikor lesz a $g(x) := |x-a| \cdot f(x)$ függvény differenciálható az a helyen? (4 pont)
2. Az f függvényről tudjuk, hogy differenciálható és páros \mathbb{R} -en. Igaz-e, hogy a deriváltja szükségképpen páratlan? (5 pont)
3. Konvergens-e az alábbi improprius integrál? (6 pont)

$$\int_0^{\pi} \frac{\sin x}{x^2} \, dx$$

4. Fogalmazza meg az oszcillációs kritériumot tagadó változatban („Az $f : [a, b] \rightarrow [m, M]$ függvény *nem* integrálható ...”) (5 pont)

Ügyeljen a megfelelő *indoklásokra* az A és C részekben, a *pontos* fogalmazásra, feltételekre a B részben! A rendelkezésre álló idő 90 perc. A dolgozat írása közben elektromos eszközök, könyvek, jegyzetek nem használhatók, csak egy kézzel írott egy lapos *képletgyűjtemény*.

Jó munkát!