

VIZSGADOLGOZAT

Differenciál- és integrálszámítás, 2014. 05. 20.

A. Feladatok

1. Határozza meg a $\int \log^2 x \, dx$ primitív függvényt. (6 pont)
2. Számolja ki az $\int_{\pi/3}^{\pi/2} \frac{dx}{\sin^2 x(1 - \sin^2 x)}$ integrált. (8 pont)
3. Diskutálja és ábrázolja az $\frac{x-1}{\sqrt{x^2+1}}$ függvényt. (10 pont)
4. Határozza meg az $y = \frac{x-1}{\sqrt{x^2+1}}$ egyenletű görbe és koordinátatengelyek által határolt területet. (10 pont)
5. Határozza meg az $f(x) := x \cdot \cos 3x$ függvény Taylor-sorát. Hol konvergens a sor? (6 pont)

B. Definíciók, tételek

(5 × 4 pont)

1. Mit ért az alatt, hogy az f és g függvények lineárisan függetlenek az I intervallumon?
2. Mondja ki a függvény szigorú monoton csökkenése és a deriváltja közötti kapcsolatot leíró tétel(eke)t! (Szükséges, illetve elégséges feltételek.)
3. Definiálja, mit jelent az, hogy az f függvény differenciálható az a helyen.
4. Mondja ki a Newton–Leibniz-formuláról szóló tételt.
5. Mondja ki az integrálfüggvény differenciálhatóságáról szóló tételt.

C. További kérdések

1. Az f függvényről tudjuk, hogy valamely a helyen folytonos. Igaz-e, hogy a $g(x) := (x - a) \cdot f(x)$ függvény szükségképpen differenciálható az a helyen? (4 pont)
2. Az f függvényről tudjuk, hogy differenciálható és páros \mathbb{R} -en. Igaz-e, hogy a deriváltja szükségképpen páratlan? (5 pont)
3. Egy függvényről tudjuk, hogy alsó összegeinek infimuma megegyezik felső összegeinek supremumával. Lehet-e a függvény integrálható? (6 pont)
4. Legyen $p(x)$ egy polinomfüggvény. Határozza meg a

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h} \int_{1-h}^{1+h} p(x) \, dx$$

határértéket. (5 pont)

Ügyeljen a megfelelő *indoklásokra* az A és C részekben, a *pontos* fogalmazásra, feltételekre a B részben! A rendelkezésre álló idő 90 perc. A dolgozat írása közben elektromos eszközök, könyvek, jegyzetek nem használhatók, csak egy kézzel írott egy lapos *képletgyűjtemény*.

Jó munkát!