

VIZSGADOLGOZAT

Differenciál- és integrálszámítás, 2010. 06. 28.

A. Feladatok

1. Határozza meg az alábbi integrálokat! (7 + 9 pont)

$$\text{a) } \int x \operatorname{tg}^2 x \, dx \quad \text{b) } \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x}{1+x^4} \, dx$$

2. Az $y^2 = x^3 + x^2$ egyenletű (zárt) görbe grafikonját megforgatjuk az x tengely körül. Számolja ki az így kapott forgástest térfogatát! (8 pont)

3. Diszkutálja és ábrázolja az $\frac{\sqrt{x}}{1-\sqrt{x}}$ függvényt! (14 pont)

4. Számolja ki a

$$\lim_{x \rightarrow 0} (\sin x)^x$$

határértéket! (7 pont)

B. Definíciók, tételek

(6 × 4 pont)

1. Mit ért az alatt, hogy az f és g függvények lineárisan függőek az $\langle a, b \rangle$ intervallumon?
2. Mit ért az alatt, hogy az f függvény differenciálható a c helyen?
3. Mondja ki a (véges) Taylor-formuláról szóló tételt!
4. Mondja ki az (sorokra vonatkozó) integrálkritériumot!
5. Mondja ki a függvény szigorú monoton csökkenése és deriváltja közötti kapcsolatot leíró tétel(eke)t!
6. Mondja ki a Newton–Leibniz formulát!

C. További kérdések

(3 + 4 + 7 + 7 pont)

1. Fogalmazza meg az oszcillációs kritériumot tagadó alakban! (az f függvény *nem* integrálható ...)
2. Egy függvényről tudjuk, hogy alsó összegeinek alsó határa megegyezik felső összegeinek felső határával. Igaz-e, hogy a függvény szükségképpen integrálható?
3. Adja meg az $|x + 1|$ függvény egy primitív függvényét az egész \mathbb{R} -en!
4. Az f nemnegatív függvény differenciálható az $(1, \infty)$ -en és $f(x) \rightarrow 0$, ha $x \rightarrow \infty$. Igaz-e, hogy szükségképpen $f'(x) \rightarrow 0$, ha $x \rightarrow \infty$?

Ügyeljen a megfelelő *indoklásokra* az A és C részekben, a *pontos* fogalmazásra, feltételekre a B részben! A rendelkezésre álló idő 90 perc. A dolgozat írása közben elektromos eszközök, könyvek, jegyzetek nem használhatók, csak egy kézzel írott egy lapos *képletgyűjtemény*.

Jó munkát!