

## VIZSGADOLGOZAT

Differenciál- és integrálszámítás, 2010. 06. 22.

### A. Feladatok

1. Határozza meg az alábbi integrálokat! (6 + 9 pont)

$$\text{a) } \int \frac{dx}{x \log x} \quad \text{b) } \int_0^{\infty} \frac{\operatorname{arctg} x}{1+x^2} dx$$

2. Az  $f(x) := xe^x$ ,  $0 \leq x \leq 1$  függvény grafikonját megforgatjuk az  $x$  tengely körül. Számolja ki az így kapott forgástest térfogatát! (9 pont)

3. Diszkutálja és ábrázolja az  $\frac{1}{x \log x}$  függvényt! (13 pont)

4. Hol konvergens a

$$\sum_{n=0}^{\infty} (n+1)x^{n+1}$$

sor? Mi az összege? (8 pont)

### B. Definíciók, tételek

(6 × 4 pont)

1. Mit ért az alatt, hogy az  $f$  függvény konkáv az  $\langle a, b \rangle$  intervallumon?
2. Mondja ki a középérték-tétel Lagrange-féle alakját!
3. Definiálja az improprius integrál fogalmát! (Elég a „jobboldali alapeset”.)
4. Mondja ki az oszcillációs kritériumot!
5. Mondja ki az integrálfüggvény differenciálhatóságáról szóló tételt!
6. Definiálja adott függvény (0 körüli) Taylor-sorát!

### C. További kérdések

(3 + 4 + 7 + 7 pont)

1. Van-e olyan függvény, aminek mindegyik primitív függvénye páratlan?
2. Igaz-e, hogy ha  $|f|$  integrálható valamely  $[a, b]$ -n, akkor szükségképpen  $f$  is az?
3. Mutasson példát olyan függvényre, amely valamely  $a$  helyen egyszer differenciálható, de kétszer nem és másutt nem is folytonos!
4. Konvergens-e az

$$\int_1^{\infty} \frac{dx}{x + \sin x}$$

integrál?

Ügyeljen a megfelelő *indoklásokra* az A és C részekben, a *pontos* fogalmazásra, feltételekre a B részben! A rendelkezésre álló idő 90 perc. A dolgozat írása közben elektromos eszközök, könyvek, jegyzetek nem használhatók, csak egy kézzel írott egy lapos *képletgyűjtemény*.

Jó munkát!